

# 1 Calcul numérique, ensemble de nombres et intervalles

## 1.1 Compétences attendues :

- Déterminer si un nombre réel appartient à un intervalle donné
- Associer à chaque point de la droite graduée un unique nombre réel et réciproquement
- Représenter un intervalle de la droite numérique
- Donner un encadrement, d'amplitude donné, d'un nombre réel par des décimaux

## 1.2 Exercices

### Exercice 1:

Parmi  $\mathbb{R}$ ,  $\mathbb{Q}$ ,  $\mathbb{D}$ ,  $\mathbb{Z}$  et  $\mathbb{N}$ , déterminer le plus petit ensemble de nombres auquel le nombre proposé appartient.

- |                              |                                |                               |
|------------------------------|--------------------------------|-------------------------------|
| 1. $\frac{45}{9} \in \dots$  | 10. $\sqrt{256} \in \dots$     | 20. $-3,16 \in \dots$         |
| 2. $-144 \in \dots$          | 11. $-\sqrt{45} \in \dots$     | 21. $147 \in \dots$           |
| 3. $\frac{-28}{7} \in \dots$ | 12. $\sqrt{4} \in \dots$       | 22. $24 \in \dots$            |
| 4. $-75 \in \dots$           | 13. $\sqrt{95} \in \dots$      | 23. $\frac{-30}{6} \in \dots$ |
| 5. $-8,61 \in \dots$         | 14. $-\sqrt{79} \in \dots$     | 24. $17\pi \in \dots$         |
| 6. $\frac{83}{71} \in \dots$ | 15. $53 \in \dots$             | 25. $\sqrt{225} \in \dots$    |
| 7. $-4\pi \in \dots$         | 16. $38 \in \dots$             | 26. $\frac{13}{61} \in \dots$ |
| 8. $\frac{-56}{5} \in \dots$ | 17. $-\sqrt{87} \in \dots$     | 27. $\frac{29}{43} \in \dots$ |
| 9. $\frac{-77}{8} \in \dots$ | 18. $\frac{-41}{79} \in \dots$ |                               |
|                              | 19. $\frac{-13}{10} \in \dots$ |                               |

### Exercice 2:

- |                             |                     |                              |
|-----------------------------|---------------------|------------------------------|
| 1. $\frac{10}{4} \in \dots$ | 4. $-53 \in \dots$  | 7. $\sqrt{81} \in \dots$     |
| 2. $7\pi \in \dots$         | 5. $-141 \in \dots$ |                              |
| 3. $2,36 \in \dots$         | 6. $4,04 \in \dots$ | 8. $\frac{-12}{4} \in \dots$ |

### Exercice 3:

Calculer :

- |                                |                                 |                                |
|--------------------------------|---------------------------------|--------------------------------|
| 1. $\frac{5}{3} + \frac{4}{5}$ | 3. $\frac{3}{2} + \frac{9}{4}$  | 5. $\frac{9}{2} + \frac{5}{3}$ |
| 2. $\frac{7}{4} - \frac{5}{3}$ | 4. $\frac{10}{2} - \frac{7}{6}$ | 6. $\frac{4}{5} - \frac{3}{5}$ |

### Exercice 4:

Calculer :

- |   |  |  |
|---|--|--|
| 1. $\frac{-21}{-15} \times \frac{12}{63}$ | 3. $\frac{15}{49} \times \frac{7}{40}$   | 5. $\frac{-28}{-25} \times \frac{-10}{21}$ |
| 2. $\frac{28}{10} \times \frac{10}{42}$   | 4. $\frac{3}{22} \times \frac{-11}{-27}$ | 6. $\frac{9}{49} \times \frac{49}{30}$     |

### Exercice 5:

Calculer :

- |                                      |                                       |                                     |
|--------------------------------------|---------------------------------------|-------------------------------------|
| 1. $\frac{5}{-7} \div \frac{7}{-10}$ | 3. $\frac{-3}{-8} \div \frac{-3}{-7}$ | 5. $\frac{1}{-7} \div \frac{-7}{9}$ |
| 2. $\frac{-3}{5} \div \frac{-1}{6}$  | 4. $\frac{7}{-8} \div \frac{-2}{-5}$  | 6. $\frac{-1}{6} \div \frac{7}{-8}$ |

### Exercice 6:

Ecrire sous la forme  $a^n$ .

- |                               |                                |                                |
|-------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|
| 1. $A = \frac{12^2}{(-3)^2}$  | 3. $C = \frac{(-2)^5}{(-2)^4}$ | 5. $E = (-9)^5 \times (-9)^2$  |
| 2. $B = (-3)^2 \times (-2)^2$ | 4. $D = (2^4)^2$               | 6. $F = \frac{(-6)^3}{(-2)^3}$ |

### Exercice 7:

Ecrire sous la forme  $a^n$ .

- |                               |                                      |  |
|-------------------------------|--------------------------------------|--|
| 1. $\frac{2^3 \times 8}{2^6}$ | 3. $\frac{2 \times 2^6}{4 \times 4}$ | 5. $\frac{3^6 \times 9}{3^3 \times 3^2}$ |
| 2. $\frac{8 \times 2}{4^3}$   | 4. $\frac{27^2}{3}$                  | 6. $\frac{4^4}{2}$                       |

### Exercice 8:

1. Écrire  $\sqrt{150}$  sous la forme  $a\sqrt{6}$  où  $a$  est un entier.

2. Écrire  $\sqrt{384}$  sous la forme  $a\sqrt{6}$  où  $a$  est un entier.
3. Écrire  $\sqrt{32}$  sous la forme  $a\sqrt{2}$  où  $a$  est un entier.
4. Écrire  $\sqrt{243}$  sous la forme  $a\sqrt{3}$  où  $a$  est un entier.

**Exercice 9:**

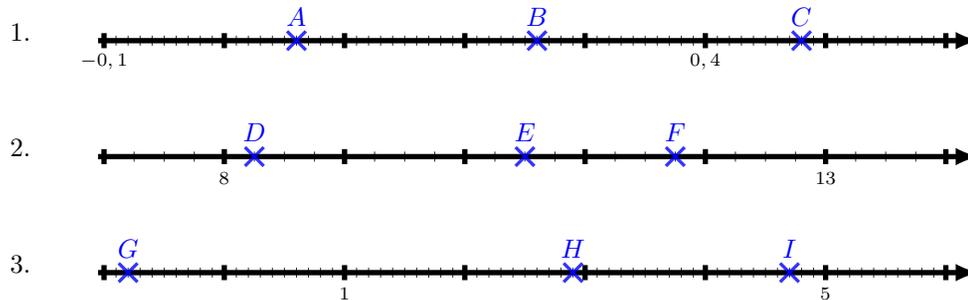
1. Écrire  $A = 7\sqrt{640} - 8\sqrt{810} + 4\sqrt{40}$  sous la forme  $a\sqrt{10}$  où  $a$  est un entier.
2. Écrire  $B = -8\sqrt{405} + 4\sqrt{180} - 5\sqrt{245}$  sous la forme  $a\sqrt{5}$  où  $a$  est un entier.
3. Écrire  $C = 6\sqrt{294} + 5\sqrt{600} + 4\sqrt{216}$  sous la forme  $a\sqrt{6}$  où  $a$  est un entier.
4. Écrire  $D = -7\sqrt{891} + 4\sqrt{539} + 3\sqrt{44}$  sous la forme  $a\sqrt{11}$  où  $a$  est un entier.

**Exercice 10:**

1. Soit  $D = \frac{5\sqrt{12}}{2\sqrt{3}}$ . A quel ensemble le nombre  $D$  appartient-il ?
2. On pose  $M = \frac{20755}{9488} - \frac{3}{8}$ . Ecrire  $M$  sous la forme d'une fraction irréductible. Est-il décimal ? Rationnel ? Justifier

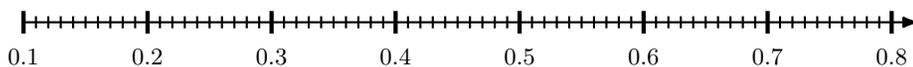
**Exercice 11:**

Lire l'abscisse de chacun des points suivants et donner le résultat sous la forme d'un nombre en écriture décimale.

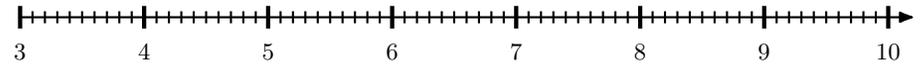


**Exercice 12:**

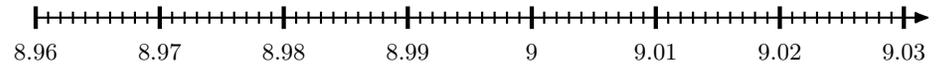
1. Placer les points :  $A(0,28), B(0,44), C(0,63)$ .



2. Placer les points :  $D(4,7), E(6,9), F(8,2)$ .

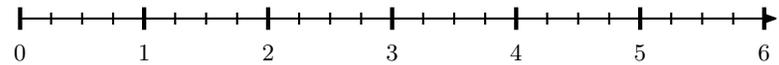


3. Placer les points :  $G(8,988), H(9,003), I(9,011)$ .

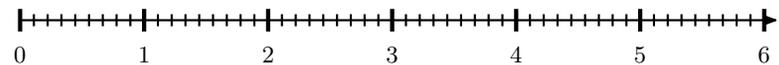


**Exercice 13:**

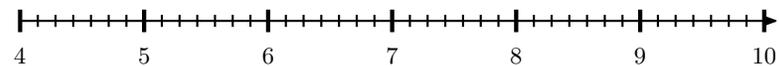
1. Placer les points  $A\left(\frac{16}{4}\right), B\left(\frac{12}{4}\right)$  et  $C\left(\frac{5}{4}\right)$ .



2. Placer les points  $D\left(\frac{13}{9}\right), E\left(\frac{28}{9}\right)$  et  $F\left(\frac{2}{9}\right)$ .



3. Placer les points  $G\left(\frac{49}{7}\right), H\left(\frac{42}{7}\right)$  et  $I\left(\frac{54}{7}\right)$ .



**Exercice 14:**

1. Déterminer l'intervalle  $I$  de  $\mathbb{R}$  correspondant à l'inéquation  $x > 6$  et représenter l'intervalle sur une droite graduée.
2. Déterminer l'inéquation correspondant à  $x \in ]10; +\infty[$  et représenter l'intervalle sur une droite graduée.
3. Déterminer l'intervalle  $I$  de  $\mathbb{R}$  correspondant à l'inéquation  $x \geq 15$  et représenter l'intervalle sur une droite graduée.
4. Déterminer l'intervalle  $I$  de  $\mathbb{R}$  correspondant à l'inéquation  $12 \leq x < 15$  et représenter l'intervalle sur une droite graduée.

- Déterminer l'inéquation correspondant à  $x \in [6; 19]$  et représenter l'intervalle sur une droite graduée.
- Déterminer l'inéquation correspondant à  $x \in [12; 24[$  et représenter l'intervalle sur une droite graduée.
- Déterminer l'intervalle  $I$  de  $\mathbb{R}$  correspondant à l'inéquation  $7 < x < 11$  et représenter l'intervalle sur une droite graduée.

**Exercice 15:**

Compléter par  $\in$  ou  $\notin$  :

- $1, 4, \dots [0; 7]$
- $-\pi, \dots ] - 3; -1[$
- $6, \dots \left[ \frac{7}{3}; +\infty \right[$
- $-\dots ] \infty; -3, 5[$

**Exercice 16:**

- Donner si possible, une écriture simplifiée de  $I = [1; 9[ \cup [12; +\infty[$
- Donner si possible, une écriture simplifiée de  $I = [8; 17] \cap ]20; 40]$
- Donner si possible, une écriture simplifiée de  $I = [14; 43[ \cup ]21; 61[$
- Donner si possible, une écriture simplifiée de  $I = [4; 22] \cup ]31; 37]$
- Donner si possible, une écriture simplifiée de  $I = ]7; 33] \cap [22; 23]$
- Donner si possible, une écriture simplifiée de  $I = [5; 9[ \cap [33; +\infty[$

**Exercice 17:**

Encadrer chaque nombre à l'unité, puis au dixième, puis au centième. Dans chaque cas, mettre ensuite en évidence son arrondi.

- $\sqrt{2}$  (Quand on écrit sur la calculatrice  $\sqrt{2}$ , elle renvoie : 1,414 213 56.)
- 3 008,839
- $\frac{47}{7}$  (Quand on écrit sur la calculatrice  $47 \div 7$ , elle renvoie : 6,714 285 71.)
- $\sqrt{28}$  (Quand on écrit sur la calculatrice  $\sqrt{28}$ , elle renvoie : 5,291 502 62.)

**Exercice 18:**

- Calculer  $A$  et donner le résultat sous la forme fractionnaire la plus simple possible.  

$$A = \frac{14 \times 10^5 \times 35 \times 10^{-3}}{21 \times 10^3}.$$

- Ecrire  $B$  sous la forme  $a \times 10^n$  avec  $a \in \mathbb{N}$  et  $n \in \mathbb{Z}$ ,  $B = \frac{35 \times 10^{-3} \times 3 \times 10^5}{21 \times 10^{-1}}$ .
- Calculer  $C$  et donner le résultat en écriture scientifique  $C = \frac{5 \times 10^{-3} \times 12 \times 10^6}{15 \times 10^2 \times 8 \times 10^{-5}}$ .
- Donner les écritures décimale et scientifique de  $D = \frac{3 \times 10^2 \times 1,2 \times (10^{-3})^4}{0,2 \times 10^{-7}}$ .

**Exercice 19:**

Le train Marseille-Lille part de la gare de Marseille avec 800 passagers. Un quart d'entre eux voyagent en 1° classe et le reste en 2° classe. Les trois huitièmes des passagers de la 1° classe et le sixième des passagers de la 2° classe descendent en gare de Lyon.

- Au départ de Marseille, quel est le nombre de passagers en 1° classe ? En 2° classe ?
- En déduire le nombre de personnes de 1° classe puis de 2° classe descendant en gare de Lyon.
- Exprimer alors à l'aide d'une fraction simplifiée la proportion des passagers de 1° classe puis de ceux de 2° classe descendant en gare de Lyon par rapport au total des voyageurs.

**Exercice 20:**

La longueur et la largeur d'un rectangle ont été multipliées respectivement par  $\frac{7}{5}$  et  $\frac{2}{3}$ . Par quel nombre l'aire du rectangle initial a-t-elle été multipliée ? Donner le résultat sous forme de fraction.

**Exercice 21:**

Un propriétaire terrien a vendu le quart de sa propriété en 2016 puis le tiers du reste en 2019. Quelle fraction de sa propriété lui reste-t-il aujourd'hui ?

**1.3 Algorithmes et Python****Exercice 22:**

- Ecrire un programme Python qui donne les dix premières puissances d'un entier  $a$ .
- Modifier le programme pour qu'il détermine la plus grande puissance de  $a$  inférieure à un nombre  $b$  donné.
- Modifier le programme pour qu'il détermine la plus petite puissance de  $a$  supérieure à un nombre  $b$  donné.

4. A partir des programmes précédents, écrire un programme Python qui détermine la première puissance d'un nombre positif  $a$  supérieure ou inférieure à une valeur donnée  $b$ .

## 1.4 Approfondissements

### Exercice 23:

Sachant que  $a = \frac{-2}{21}$  et  $b = \frac{5}{-7}$ .

Calculer  $\frac{a}{b}$ ,  $\frac{b}{a}$ ,  $a \times b$ ,  $a + b$  et  $a - b$ .

### Exercice 24:

Soit  $E = \frac{5}{\sqrt{2} + \sqrt{18}} + \frac{3}{\sqrt{2} - \sqrt{18}}$ . Ecrire  $E$  sous la forme  $a\sqrt{b}$  où  $a$  est une fraction irréductible et  $b$  un nombre entier.