

Chapitre 3 : Calcul algébrique

Table des matières

Chapitre 3 : Calcul algébrique	1
CARPENTIER Axel	
Contenu	2
1 Formules développées et factorisées	3
2 Formules de distributivité	3
3 Identités remarquables	4
4 Techniques de factorisation	4
5 Exercice bilan	5

Contenu

- Identités $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$, $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ et $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$, à savoir utiliser dans les deux sens.
- Exemples simples de calcul sur des expressions algébriques, en particulier sur des expressions fractionnaires.

1 Formules développées et factorisées

Définition:

On dit qu'une expression algébrique est...

- ... développée si son opération principale est une addition ou une soustraction.
- ... factorisée si son opération principale est une multiplication ou une division

Exemple:

L'expression $x^2 - x - 2$ est développée et l'expression $(x + 1)(x - 2)$ est factorisée.

Ces deux expressions sont égales.

! Remarque

- Factoriser une expression c'est transformer une somme en produit.
- Développer une expression c'est transformer un produit en somme.

Exercice:

Dire si les expressions suivantes sont factorisée ou développée.

- $x^2 - 1$
- $(x - 1)(x + 1)$
- $x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$
- $(x - 1)(x - 2)(x - 3)$

2 Formules de distributivité

Propriétés:

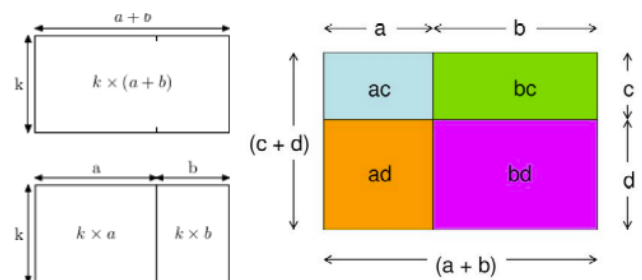
Soient a, b, c, d et k des réels quelconques, on a la formules suivantes :

- Simple distributivité : $k(a + b) = ka + kb$
- Double distributivité : $(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$

Démonstration:

- **1° Méthode:** (*Hors programme*)
Par construction de $\mathbb{R}$ qui est un espace vectoriel.

- **2° Méthode:**
D'après la construction ci-contre.



Exercice:

Exprimer les expressions suivantes sous forme développée.

- $5(x - 2)$
- $x(x + 1)$
- $(x - 1)(x - 2)$
- $(x^2 + x)(x + 1)$

3 Identités remarquables

Propriétés:

Soient a, b deux réels quelconques, on a les formules suivantes:

- $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

Démonstration:

Le résultat est immédiat d'après la règle de double distributivité de la propriété précédente.

! Remarque

Les identités remarquables peuvent s'utiliser dans les deux sens, pour développer ou pour factoriser.

Exercice:

En utilisant les identités remarquables, développer ou factoriser les expressions suivantes:

- $(x - 2)^2$
- $x^2 - 36$
- $(x + 3)^2$

4 Techniques de factorisation

On peut toujours développer une expression algébrique, factoriser est très souvent moins évident. On s'appuie majoritairement sur deux techniques fondamentales :

Méthode:

- En repérant un facteur commun.
Exemple : $(3 - x)(5x + 4) - 2(3 - x)(2x + 1) = (3 - x)((5x + 4) - 2(2x + 1)) = (3 - x)(x + 2)$
- En reconnaissant une identité remarquable.
Exemple : $36x^2 - 100 = (6x)^2 - 10^2 = (6x + 10)(6x - 10)$

5 Exercice bilan

1. Développer et réduire l'expression $A = (x - 3)(7x + 2) - (5 - 4x)(2 + 7x)$.
2. Factoriser l'expression $A = (x - 3)(7x + 2) - (5 - 4x)(2 + 7x)$.
3. Développer l'expression $B = \left(\frac{5}{2}x - 3\right)^2$.
4. Factoriser l'expression $C = 16x^2 - 3$.