

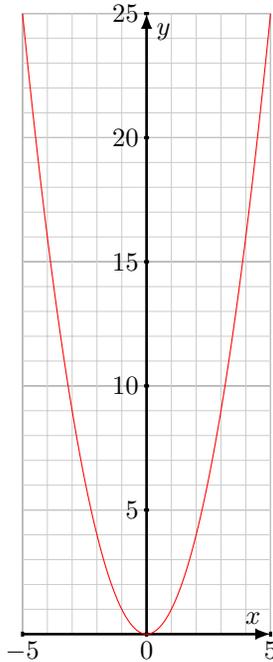
1 Fonctions de références

1.1 Compétences Attendues

- Pour deux nombres a et b donnés et f une fonction de référence : comparer $f(a)$ et $f(b)$ numériquement ou graphiquement.
- Pour une fonction de référence, résoudre graphiquement ou algébriquement une équation ou une inéquation du type $f(x) = k$ ou $f(x) \leq k$.

1.2 Exercices

On considère la représentation graphique de la fonction carré ci-dessous sur laquelle on pourra s'appuyer si nécessaire :



Exercice 1:

Soit f la fonction carré, calculer :

- | | |
|------------------------------|------------------------------|
| 1. $f(7)$. | 4. $f(-4)$. |
| 2. l'image de -7 par f . | 5. l'image de -5 par f . |
| 3. l'image de -9 par f . | 6. $f(8)$. |

Exercice 2:

1. Sans effectuer de calcul, comparer $5,872^2$ et $5,866^2$.
2. Sans effectuer de calcul, comparer $(-4,681)^2$ et $(-4,677)^2$.
3. Sans effectuer de calcul, comparer $2,581^2$ et $2,583^2$.
4. Sans effectuer de calcul, comparer $(-3,56)^2$ et $(-3,572)^2$.
5. Sans effectuer de calcul, comparer $(-2,69)^2$ et $(-2,708)^2$.
6. Sans effectuer de calcul, comparer $1,76^2$ et $1,742^2$.

Exercice 3:

- | | |
|--|--|
| 1. Résoudre dans \mathbb{R} :
$x^2 = 100$ | 4. Résoudre dans \mathbb{R} :
$-x^2 - 15 = -24$ |
| 2. Résoudre dans \mathbb{R} :
$x^2 - 7 = -22$ | 5. Résoudre dans \mathbb{R} :
$(x + 10)^2 = 9$ |
| 3. Résoudre dans \mathbb{R} :
$5x^2 + 7 = 8$ | 6. Résoudre dans \mathbb{R} :
$8x^2 + 10 = 7$ |

Exercice 4:

- | | |
|--|---|
| 1. Résoudre dans \mathbb{R} :
$-(2x)^2 - 12 = -61$ | 4. Résoudre dans \mathbb{R} :
$-x^2 + 5 = -6$ |
| 2. Résoudre dans \mathbb{R} :
$(4x - 6)^2 = 81$ | 5. Résoudre dans \mathbb{R} :
$(x - 5)^2 = 16$ |
| 3. Résoudre dans \mathbb{R} :
$(x - 1)^2 - 6 = -32$ | 6. Résoudre dans \mathbb{R} :
$8x^2 + 4 = 2$ |

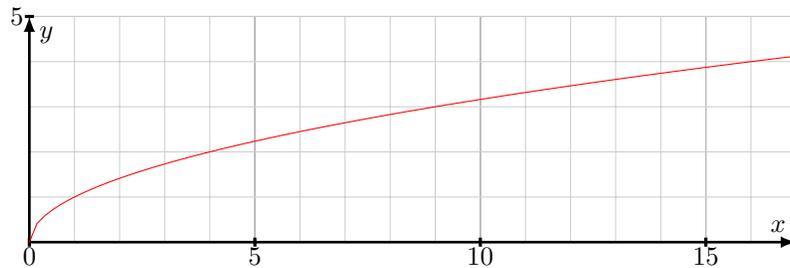
Exercice 5:

1. Si $2 \leq x \leq 6$, à quel intervalle appartient x^2 ?
2. Si $x < -4$, à quel intervalle appartient x^2 ?
3. Si $-5 < x \leq -4$, à quel intervalle appartient x^2 ?
4. Si $x \leq 5$, à quel intervalle appartient x^2 ?
5. Si $x \in]-4; -1] \cup]2; 5]$, à quel intervalle appartient x^2 ?

Exercice 6:

1. Si $1 \leq x^2 < 9$, à quel intervalle appartient x ?
2. Si $x^2 \leq 16$, à quel intervalle appartient x ?
3. Si $-2 < x^2 \leq 3$, à quel intervalle appartient x ?
4. Si $x^2 \in]4; 9] \cup]16; 25[$, à quel intervalle appartient x ?

On considère la représentation graphique de la fonction racine carrée ci-dessous sur laquelle on pourra s'appuyer si nécessaire :

**Exercice 9:**

Soit f la fonction racine carrée, calculer :

- | | |
|---------------------------|-----------------------------|
| 1. $f(64)$. | 5. $f(49)$. |
| 2. l'image de 4 par f . | 6. l'image de 25 par f . |
| 3. l'image de 1 par f . | 7. $f(81)$. |
| 4. $f(16)$. | 8. l'image de 100 par f . |

Exercice 10:

1. Sans effectuer de calcul, comparer $\sqrt{4,7}$ et $\sqrt{5}$.
2. Sans effectuer de calcul, comparer $\sqrt{1,9}$ et $\sqrt{1,5}$.
3. Sans effectuer de calcul, comparer $\sqrt{7,9}$ et $\sqrt{7,7}$.
4. Sans effectuer de calcul, comparer $\sqrt{2,9}$ et $\sqrt{2,8}$.
5. Sans effectuer de calcul, comparer $\sqrt{3,8}$ et $\sqrt{4,3}$.
6. Sans effectuer de calcul, comparer $\sqrt{6,9}$ et $\sqrt{6,8}$.

Exercice 11:

- | | |
|---|---|
| 1. Résoudre dans \mathbb{R}^+ :
$\sqrt{x} = -20$ | 4. Résoudre dans \mathbb{R}^+ :
$-\sqrt{x} + 10 = -10$ |
| 2. Résoudre dans \mathbb{R}^+ :
$\sqrt{x} - 4 = -3$ | 5. Résoudre dans \mathbb{R}^+ :
$-9\sqrt{x} - 6 = 0$ |
| 3. Résoudre dans \mathbb{R}^+ :
$-2\sqrt{x} - 3 = 1$ | 6. Résoudre dans \mathbb{R}^+ :
$\sqrt{3x+2} = 5$ |

Exercice 12:

- | | |
|---|--|
| 1. Résoudre dans \mathbb{R}^+ :
$-\sqrt{2x-1} + 9 = -8$ | 4. Résoudre dans \mathbb{R}^+ :
$8\sqrt{x} - 9 = -5$ |
| 2. Résoudre dans \mathbb{R}^+ :
$\sqrt{x+9} + 8 = 8$ | 5. Résoudre dans \mathbb{R}^+ :
$\sqrt{x} = -18$ |
| 3. Résoudre dans \mathbb{R}^+ :
$-\sqrt{2x+8} - 2 = -\sqrt{4}$ | 6. Résoudre dans \mathbb{R}^+ :
$\sqrt{4x^2-1} - 2 = 5$ |

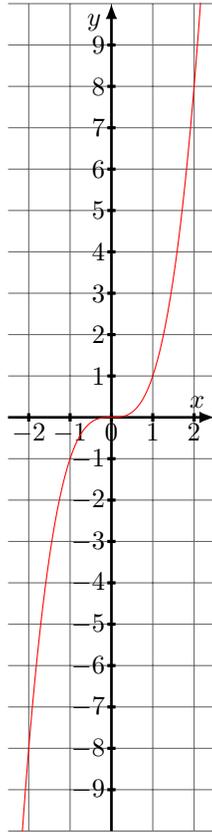
Exercice 13:

1. Si $2 \leq x \leq 6$, à quel intervalle appartient \sqrt{x} ?
2. Si $x < 4$, à quel intervalle appartient \sqrt{x} ?
3. Si $4 < x \leq 5$, à quel intervalle appartient \sqrt{x} ?
4. Si $x \leq 5$, à quel intervalle appartient \sqrt{x} ?
5. Si $x \in]4; 9] \cup]16; 25[$, à quel intervalle appartient \sqrt{x} ?

Exercice 14:

1. Si $1 \leq \sqrt{x} < 9$, à quel intervalle appartient x ?
2. Si $\sqrt{x} \leq 16$, à quel intervalle appartient x ?
3. Si $-2 < \sqrt{x} \leq 3$, à quel intervalle appartient x ?
4. Si $\sqrt{x} \in]0; 1] \cup]2; 3[$, à quel intervalle appartient x ?

On considère la représentation graphique de la fonction cube ci-dessous sur laquelle on pourra s'appuyer si nécessaire :

**Exercice 15:**

Soit f la fonction cube, calculer :

- | | |
|------------------------------|-----------------------------|
| 1. $f(4)$. | 4. $f(-3)$. |
| 2. l'image de -4 par f . | 5. l'image de 2 par f . |
| 3. l'image de -2 par f . | 6. $f(3)$. |

Exercice 16:

- Sans effectuer de calcul, comparer $(-5,4)^3$ et $(-6,3)^3$.
- Sans effectuer de calcul, comparer $3,3^3$ et $3,9^3$.

- Sans effectuer de calcul, comparer $2,1^3$ et 2^3 .
- Sans effectuer de calcul, comparer $(-5,8)^3$ et $(-5,3)^3$.
- Sans effectuer de calcul, comparer $(-3,1)^3$ et $(-2,4)^3$.

Exercice 17:

- | | |
|---|---|
| 1. Résoudre dans \mathbb{R} :
$x^3 = 8$ | 4. Résoudre dans \mathbb{R} :
$-9x^3 = 9000$ |
| 2. Résoudre dans \mathbb{R} :
$x^3 - 5 = -4$ | 5. Résoudre dans \mathbb{R} :
$x^3 + 1 = 28$ |
| 3. Résoudre dans \mathbb{R} :
$6x^3 - 5 = 1$ | 6. Résoudre dans \mathbb{R} :
$7x^3 + 8 = -6992$ |

Exercice 18:

- | | |
|--|--|
| 1. Résoudre dans \mathbb{R} :
$-7(x+1)^3 = 189$ | 4. Résoudre dans \mathbb{R} :
$4x^3 = -256$ |
| 2. Résoudre dans \mathbb{R} :
$(2x)^3 = 1000$ | 5. Résoudre dans \mathbb{R} :
$(x+5)^3 = 64$ |
| 3. Résoudre dans \mathbb{R} :
$(3x-2)^3 + 7 = -118$ | 6. Résoudre dans \mathbb{R} :
$8(9x+1)^3 + 10 = 10$ |

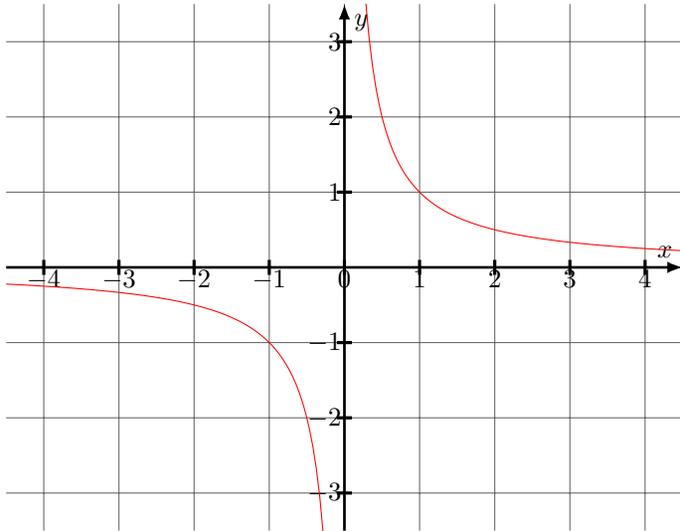
Exercice 19:

- Si $2 \leq x \leq 6$, à quel intervalle appartient x^3 ?
- Si $x < 4$, à quel intervalle appartient x^3 ?
- Si $4 < x \leq 5$, à quel intervalle appartient x^3 ?
- Si $x \leq 5$, à quel intervalle appartient x^3 ?
- Si $x \in]0; 1[\cup]2; 3]$, à quel intervalle appartient x^3 ?

Exercice 20:

- Si $1 \leq x^3 < 9$, à quel intervalle appartient x ?
- Si $x^3 \leq 16$, à quel intervalle appartient x ?
- Si $-2 < x^3 \leq 3$, à quel intervalle appartient x ?
- Si $x^3 \in]4; 9[\cup]16; 25[$, à quel intervalle appartient x ?

On considère la représentation graphique de la fonction inverse ci-dessous sur laquelle on pourra s'appuyer si nécessaire :

**Exercice 21:**

Soit f la fonction inverse, calculer :

- | | |
|-----------------------------------|-----------------------------------|
| 1. $f(-0,0625)$. | 3. l'image de $-5\,000$ par f . |
| 2. l'image de $-0,0125$ par f . | 4. $f(100\,000)$. |

Exercice 22:

- Sans effectuer de calcul, comparer $\frac{1}{-4,6}$ et $\frac{1}{-4,1}$.
- Sans effectuer de calcul, comparer $\frac{1}{2,9}$ et $\frac{1}{2,2}$.
- Sans effectuer de calcul, comparer $\frac{1}{7,9}$ et $\frac{1}{7,6}$.
- Sans effectuer de calcul, comparer $\frac{1}{-2,9}$ et $\frac{1}{-3}$.
- Sans effectuer de calcul, comparer $\frac{1}{-4,7}$ et $\frac{1}{-3,8}$.

Exercice 23:

- | | |
|--|---|
| 1. Résoudre dans \mathbb{R}^* :
$\frac{1}{x} = -7$ | 4. Résoudre dans \mathbb{R}^* :
$\frac{-4}{x} = -2$ |
| 2. Résoudre dans \mathbb{R}^* :
$\frac{1}{x} - 3 = 4$ | 5. Résoudre dans \mathbb{R}^* :
$\frac{-6}{x} + 10 = 88$ |
| 3. Résoudre dans \mathbb{R}^* :
$\frac{-2}{x} - 3 = 19$ | 6. Résoudre dans \mathbb{R}^* :
$\frac{1}{x} = -7$ |

Exercice 24:

- | | |
|---|--|
| 1. Résoudre dans \mathbb{R}^* :
$\frac{6}{x+1} = -9$ | 4. Résoudre dans \mathbb{R}^* :
$\frac{-2}{x^2+1} - 2 = 22$ |
| 2. Résoudre dans \mathbb{R}^* :
$\frac{1}{x-1} + 8 = 14$ | 5. Résoudre dans \mathbb{R}^* :
$\frac{1}{x^3} = 11$ |
| 3. Résoudre dans \mathbb{R}^* :
$\frac{-3}{x^2} = 2$ | 6. Résoudre dans \mathbb{R}^* :
$\frac{1}{x^3-3} + 7 = 0$ |

Exercice 25:

- Si $2 \leq x \leq 6$, à quel intervalle appartient $\frac{1}{x}$?
- Si $x < 4$, à quel intervalle appartient $\frac{1}{x}$?
- Si $4 < x \leq 5$, à quel intervalle appartient $\frac{1}{x}$?
- Si $x \leq 5$, à quel intervalle appartient $\frac{1}{x}$?
- Si $x \in]1; 4[\cup]6; 9]$, à quel intervalle appartient $\frac{1}{x}$?

Exercice 26:

- Si $1 \leq \frac{1}{x} < 9$, à quel intervalle appartient x ?
- Si $\frac{1}{x} \leq 16$, à quel intervalle appartient x ?

3. Si $-2 < \frac{1}{x} \leq 3$, à quel intervalle appartient x ?

4. Si $\frac{1}{x} \in]-2; -1] \cup]2; 3[$, à quel intervalle appartient x ?

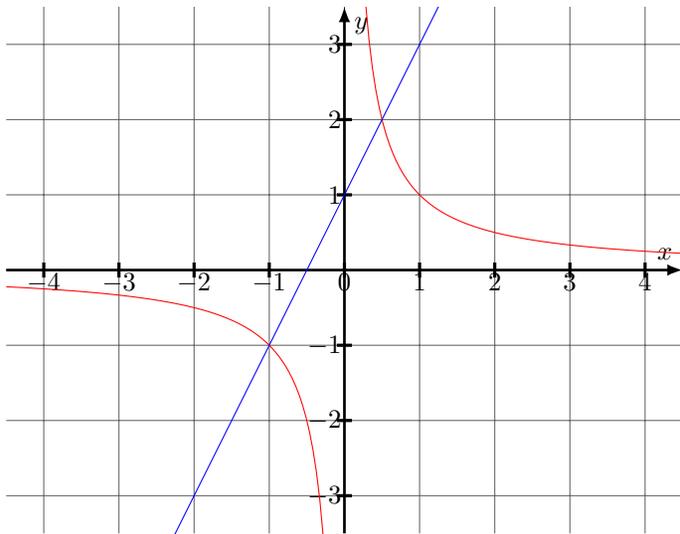
Exercice 27:

On considère la fonction m définie par $m(x) = \frac{2x}{x-5}$ pour $x \in \mathcal{D}_m$.

1. Quel est l'ensemble de définition \mathcal{D}_m de m
2. Trouver les éventuels antécédents de 6 et de -2 par m

Exercice 28:

On considère les courbes représentatives de la fonction inverse, notée f , et de la fonction affine g définie sur \mathbb{R} par $g : x \mapsto 2x + 1$. Elles sont tracées dans le repère ci-dessous.



1. Repérer les courbes associées aux deux fonctions.
2. Résoudre graphiquement l'équation $\frac{1}{x} = 2x + 1$.
3. Développer l'expression $(2x - 1)(x + 1)$. Retrouver algébriquement les résultats précédents

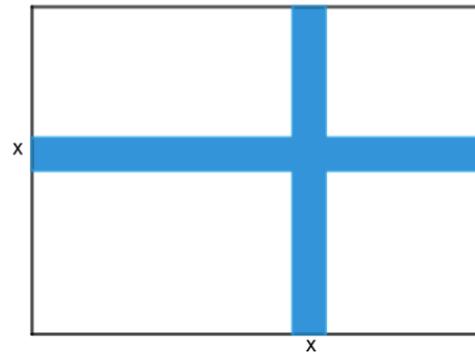
Exercice 29:

On considère un rectangle de longueur 7 et de largeur 5. On trace à l'intérieur de celui-ci une croix de largeur x comme ci-dessous. On s'intéresse à l'aire de la croix bleue.

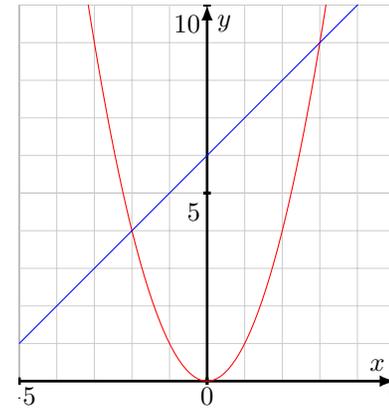
1. A quel intervalle x appartient-il ?

2. Exprimer l'aire $\mathcal{A}(x)$ de la croix bleue en fonction de x .

3. Avec la calculatrice, dresser le tableau de valeurs de \mathcal{A} avec un pas de 1

**Exercice 30:**

On considère les représentations graphiques de la fonction carrée, notée f , et de la fonction affine g définie sur \mathbb{R} par $g : x \mapsto x + 6$. Elles sont tracées dans le repère ci-dessous.



1. Repérer les courbes associées aux deux fonctions.
2. Résoudre graphiquement l'équation $x^2 = x + 6$.
3. Développer l'expression $(x - 3)(x + 2)$. Retrouver algébriquement les résultats précédents.

1.3 Approfondissements

Exercice 31:

f est une fonction définie sur \mathbb{R} ne s'annulant jamais sur \mathbb{R} et vérifiant, pour tous réels x et y , $f(x+y) = f(x) \times f(y)$.

1. En posant $y = 0$, justifier que $f(0) = 1$.
2. Démontrer que, pour tout réel x , $f(2x) = (f(x))^2$.
3. Démontrer que, pour tout réel x , $f(-x) = \frac{1}{f(x)}$.
4. Démontrer que, pour tous réels x, y , $f(x-y) = \frac{f(x)}{f(y)}$.

Exercice 32:

f est une fonction définie sur \mathbb{R}_+^* et vérifiant, pour tous réels x et y strictement positifs, $f(x \times y) = f(x) + f(y)$.

1. En posant $y = 1$, justifier que $f(1) = 0$.
2. Démontrer que, pour tout réel x , $f(x^2) = 2f(x)$.
3. Démontrer que, pour tout réel x , $f\left(\frac{1}{x}\right) = -f(x)$.
4. Démontrer que, pour tous réels x, y , $f\left(\frac{x}{y}\right) = f(x) - f(y)$.

Exercice 33:

1. Soit la fonction $f : x \mapsto x^3 + 4x^2 - 3x - 2$ définie sur \mathbb{R} .

- (a) Vérifier que $f(1) = 0$. On dit que 1 est une racine évidente de f .
- (b) On considère trois réels a, b et c . Justifier que :

$$(x-1)(ax^2 + bx + c) = ax^3 + (b-a)x^2 + (c-b)x - c$$

- (c) Pour déterminer a, b et c tels que $f(x) = (x-1)(ax^2 + bx + c)$, on procède par identification des coefficients en écrivant le système suivant :

$$\begin{cases} a & = 1 \\ b - a & = 4 \\ c - b & = -3 \\ -c & = -2 \end{cases}$$

Résoudre ce système puis en déduire une forme factorisée de f .

2. Soit la fonction $g : x \mapsto -x^3 + 2x^2 + x - 2$ définie sur \mathbb{R} . En utilisant la méthode précédente, déterminer les réels a, b, c et d tels que :

$$g(x) = (x-d)(ax^2 + bx + c)$$