

Chapitre 9 : Informations chiffrées, évolutions

Table des matières

Chapitre 9 : Informations chiffrées, évolutions	1
CARPENTIER Axel	
Contenu	2
1 Pourcentage et proportion	3
1.1 Proportion	3
1.2 Pourcentage de pourcentage	3
2 Taux d'évolution	4
2.1 Variation absolue et variation relative	4
2.2 Coefficient multiplicateur	5
3 Evolutions successives et réciproques	6
3.1 Evolutions successives	6
3.2 Evolutions réciproques	6
4 Exercice bilan	7

Contenu

- Proportion, pourcentage d'une sous-population dans une population.
- Ensembles de référence inclus les uns dans les autres : pourcentage de pourcentage.
- Évolution : variation absolue, variation relative.
- Évolutions successives, évolution réciproque : relation sur les coefficients multiplicateurs (produit, inverse).

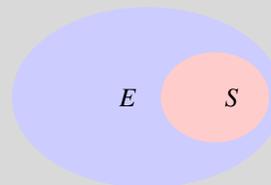
1 Pourcentage et proportion

1.1 Proportion

Définition:

Soit E une population d'effectif n_E et S une sous population de E d'effectif n_S .

La proportion des éléments de S dans E est le rapport $p = \frac{n_S}{n_E}$



Exemple:

Dans une classe de 30 élèves, si 6 élèves portent des lunettes, la proportion d'élèves portant des lunettes dans la classe est $p = \frac{6}{30} = \frac{1}{5}$

! Remarque

- Une proportion peut s'exprimer en pourcentage. Exemple : $p = 0,20 = \frac{20}{100} = 20\%$.
- On a **TOUJOURS** $p \in [0, 1]$.

Exercice:

Dans un lycée de 1852 élèves, il y a 521 secondes. Quelle est la proportion de secondes dans le lycée ?

L'idée est de savoir manipuler la formule de proportion. Que l'on connaisse les deux effectifs ou bien un seul et la proportion, il faut savoir déterminer les inconnues manquantes en les isolant convenablement (analogie avec la physique et la relation $v = \frac{d}{t}$).

Exercice:

873 080 personnes habitent à Marseille, 70% des marseillais disent aimer le football, combien de personnes cela représente-t-il ?

Exercice:

Calculer :

- 25% de 300
- 1,5% de 86200
- 30% de 12

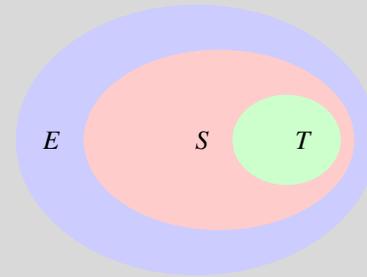
1.2 Pourcentage de pourcentage

On peut également être amené à calculer des proportions de proportions.

Propriété:

Soit E une population d'effectif n_E , S une sous population de E d'effectif n_S et T une sous population de S d'effectif n_T .
Si p_1 est la proportion de S dans E et p_2 la proportion de T dans S , alors la proportion des éléments de T dans E est le produit:

$$p = p_1 \times p_2$$



Démonstration:

On a $p = \frac{n_T}{n_E} = \frac{n_T}{n_S} \times \frac{n_S}{n_E} = p_1 \times p_2$.

Exercice:

Dans un car, il y a 40% d'élèves et parmi les élèves, 60% sont des filles. Quelle est la proportion d'élèves filles dans le bus ?

! Remarque IMPORTANTE

Pour calculer des pourcentages de pourcentage, on multiplie les proportions sous forme décimale ou de fraction mais **JAMAIS** sous forme de pourcentage.

2 Taux d'évolution

Dans cette partie, nous définissons une certaine valeur de départ V_D et une valeur d'arrivée V_A . Ces valeurs peuvent représenter un prix, un nombre de personnes, etc..

2.1 Variation absolue et variation relative

Définition:

- On appelle variation absolue la donnée $\Delta V = V_A - V_D$.
- On appelle variation relative (ou taux d'évolution) la donnée $t = \frac{V_A - V_D}{V_D}$.

Exercice:

Déterminer les variations absolues et relatives des situations suivantes:

- Le prix d'un pull passe de 50 euros à 55 euros.
- Le prix de la dernière console de jeu est passée de 500 euros à 350 euros.

! Remarque importante

- Si le taux d'évolution est positif, alors on a une augmentation.
 - Si le taux d'évolution est négatif, alors on a une diminution.
-

2.2 Coefficient multiplicateur

On s'est placé ici dans le cas où on connaît les valeurs de V_D et de V_A en cherchant à déterminer t . On peut très bien se placer dans le cas inverse où on connaît t et V_D en cherchant à déterminer V_A . Pour cela, on va manipuler la formule du taux d'évolution.

$$\text{On a } t = \frac{V_A - V_D}{V_D} \iff V_D \times t = V_A - V_D \iff V_A = V_D \times \underbrace{(1 + t)}_{=c}$$

Définition:

La quantité $c = (1 + t)$ s'appelle le coefficient multiplicateur associé à l'évolution t .

! Remarque

- Si on a une augmentation, $c > 1$.
 - Si on a une diminution, $c < 1$.
-

Méthode:

- Augmenter une quantité y de $x\%$ revient à calculer $y(1 + \frac{x}{100})$.
- Diminuer une quantité y de $x\%$ revient à calculer $y(1 - \frac{x}{100})$.

Exemple:

- Augmenter de 5% revient à multiplier par 1,05.
- Multiplier par 0,97 revient à diminuer de 3%.

Exercice:

- Un livre à 20 euros a diminué de 30%, quel est son nouveau prix ?
- Un salarié touchant 1639 euros par mois a été augmenté de 5,5%, quel est son nouveau salaire ?

3 Evolutions successives et réciproques

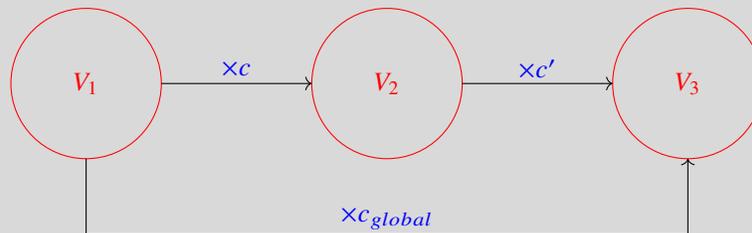
3.1 Evolutions successives

On peut également déterminer des évolutions successives en calculant le coefficient multiplicateur global.

Propriété:

On suppose qu'on a une évolution d'une valeur V_1 à une valeur V_2 de coefficient multiplicateur c suivie d'une autre évolution de la valeur V_2 à une valeur V_3 de coefficient multiplicateur c' .

Le taux d'évolution global est le taux d'évolution entre V_1 et V_3 de coefficient multiplicateur $c_{global} = cc'$.



Démonstration:

On a

$$\begin{aligned} c_{global} &= 1 + \frac{V_3 - V_1}{V_1} \\ &= \frac{V_3}{V_1} \\ &= \frac{V_3}{V_2} \times \frac{V_2}{V_1} \\ &= \frac{V_3 - V_2 + V_2}{V_2} \times \frac{V_2 - V_1 + V_1}{V_1} \\ &= \left(1 + \frac{V_3 - V_2}{V_2}\right) \times \left(1 + \frac{V_2 - V_1}{V_1}\right) \\ &= c \times c' \end{aligned} \tag{1}$$

Exercice:

Déterminer le coefficient multiplicateur d'une évolution de +5%, -3% puis +2%.

3.2 Evolutions réciproques

Par ailleurs, on a vu que si par exemple un vêtement est en solde à -50% on multiplie le prix du produit par 0,5, par contre s'il augmente à nouveau de 50% on ne retombe pas sur le prix initial. En effet, pour cela nous avons besoin de définir le taux réciproque.

Propriété:

On suppose qu'on a une évolution d'une valeur V_1 à une valeur V_2 de coefficient multiplicateur c . Le taux réciproque est le taux permettant de revenir de V_2 à V_1 , son coefficient multiplicateur est donné par $c_{réciproque} = \frac{1}{c}$.



Démonstration:

On a $c_{réciproque} \times c = 1$ d'où le résultat.

Exercice:

Déterminer le coefficient multiplicateur réciproque d'une diminution de 5%.

4 Exercice bilan

Un village possédait 15 340 habitants en 2024, on estime que le nombre d'habitants augmente de 25% chaque année.

1. Combien y-aura-t-il d'habitants en 2025 ?
2. Combien y-aura-t-il d'habitants en 2027 ? Expliciter le coefficient multiplicateur global.
3. Combien y-avait-il d'habitants en 2023 ? Expliciter le coefficient multiplicateur réciproque.