

1 Statistiques à une variable

1.1 Caractéristiques de position et de dispersion

Exercice 1:

On considère la série statistique suivante:

$7 - 1 - 5 - 6 - 6 - 7 - 5 - 9 - 8 - 4 - 3 - 2 - 5 - 9 - 4 - 9 - 2 - 7 - 3 - 8$.

1. Déterminer sa moyenne puis son écart type.
2. Déterminer sa médiane et ses quartiles.

Exercice 2:

1. En septembre 2011, à Rome, on a relevé les températures suivantes :

Jour	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Température	26	28	27	28	28	26	26	25	23	22	24	24	24	25	26
Jour	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
Température	26	28	28	28	30	30	32	33	35	36	34	36	38	36	36

Déterminer la médiane de cette série.

2. Manon a obtenu ces notes ce trimestre-ci en mathématiques :
15 ; 6 ; 18 ; 9 ; 18 ; 12 ; 4 ; 15 ; 19 ; 17 et 11.
Déterminer la médiane de cette série.

3. On a réalisé 2000 lancers d'un dé à 4 faces.
Les résultats sont inscrits dans le tableau ci-dessous :

Scores	1	2	3	4
Nombre d'apparitions	473	499	511	517

Déterminer la médiane de cette série.

Exercice 3:

Najat a obtenu 14,5 coefficient 2; 17 coefficient 1 et 12 coefficient 0,5 à ses contrôles de français du trimestre. Calculer sa moyenne trimestrielle.

Exercice 4:

1. Calculer à la main la moyenne de 9 ; 8 ; 3 et 4.
2. En déduire sans calculer la moyenne de :

(a) 9000 ; 8000 ; 3000 ; 4000 | (b) 59 ; 58 ; 53 ; 54

Exercice 5:

Dans une académie, le nombre moyen de livres par CDI est de 2 148. Un éditeur souhaitant faire la promotion de sa nouvelle collection envoie 4 livres à tous les CDI de cette académie. Quel sera le nombre moyen de livres par CDI après cet envoi ?

Exercice 6:

On considère les séries S_1 et S_2 suivantes :

$S_1 : 90; 100; 100; 110$ et $S_2 : 95; 95; 105; 105$

1. Calculer, à la main, la moyenne de la série 1 puis celle de la série 2. Peut-on les différencier à l'aide de cet indicateur ?
2. (a) Quelle semble être la série la plus dispersée ?
(b) Calculer, à la main, l'écart type de la série 1 puis celui de la série 2. Comparer les deux séries.

Exercice 7:

Dans un questionnaire, on demande aux personnes interrogées une valeur numérique sur leur degré de satisfaction, qui est un nombre entier entre 0 (pas du tout satisfait) à 10 (totalement satisfait). On note σ l'écart type de la série des réponses obtenues. Pour chaque valeur de σ associer une situation.

• $1 \leq \sigma \leq 2$ | • $\sigma \geq 6$ | • $\sigma = 0$

1. Les personnes sondées sont unanimement d'accord.
2. Les personnes sondées sont partagées.
3. Les personnes sondées sont globalement d'accord

Exercice 8:

Les résultats d'une enquête portant sur 891 individus auxquels on a demandé "Combien de fruits et légumes avez-vous mangé hier ?" sont donnés ci-après :

Nbre de fruits et légumes	0	1	2	3	4	5	6	7
Effectif	54	124	97	109	243	178	51	35

1. Calculer la moyenne et l'écart-type du nombre de fruits et légumes mangés la veille par les participants à cette enquête.
2. Calculer la médiane et l'écart interquartile de cette série statistique.

Exercice 9:

Un professeur compare les notes de sa classe de 2nd A avec celle d'un collègue.

Notes	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
2nd A	2	3	2	2	0	3	0	1	2	0	0	2	1	0	3	3	2	1

1. Déterminer les indicateurs statistiques.
2. On donne les indicateurs statistiques de la 2nd B :

- $\bar{x} = 10,4$
- $\sigma = 3$
- $M_e = 9,5$
- $Q_3 - Q_1 = 8$

En lisant ces indicateurs, le professeur n'est pas satisfait de sa classe. Expliquer pourquoi ?

Exercice 10:

On considère la série statistique suivante :

Valeurs	50	55	60	65	70	75	80	85	90
Effectifs	7	8	3	4	5	6	7	1	2

1. Déterminer sa moyenne puis son écart-type.
2. Déterminer sa médiane et ses quartiles.

Exercice 11:

Un jeu radio promet aux vainqueurs de faire en sorte qu'ils gagnent ce mois-ci trois fois ce qu'ils gagnent habituellement. La moyenne des salaires mensuels des 10 vainqueurs de ce jeu est de 1 437 euros.

1. Quelle sera le salaire moyen de ces 10 personnes avec le gain du jeu ?
2. Combien cela coûte-t-il à la radio ?

Exercice 12:

On considère la série statistique suivante :

Valeur	5	12	15	x
Coefficient	1,5	4	2	c

1. Si $c = 5$, quelle doit être la valeur de x pour que la moyenne pondérée de la série soit 22 ?
2. Si $x = 36$, quel doit être le coefficient c pour que la moyenne pondérée de la série soit 20,625 ?

Exercice 13:

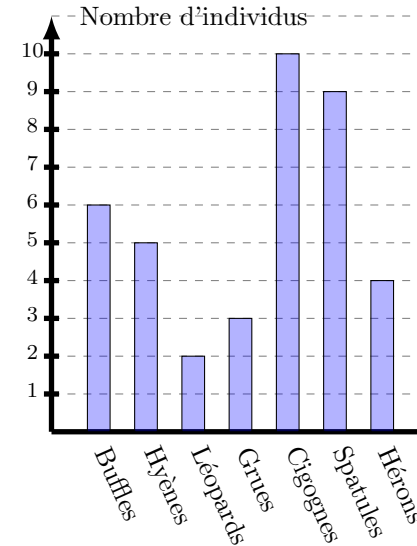
On donne ci-dessous les dépenses, en million d'euros, de la France et de la Suisse en matière d'éducation.

	2012	2013	2014	2015
France	113 974	116 451	118 496	120 128
Suisse	25 724	25 665	26 550	30 710

1. (a) Calculer la moyenne et l'écart type des dépenses pour chacun des pays pour les années 2012 à 2015.
(b) Sur ces quatre années, peut-on considérer que l'écart type mesure une dispersion similaire des dépenses autour de la moyenne pour ces deux pays ?
2. Exprimer la proportion que représente l'écart type par rapport à sa moyenne. Dans quel pays les dépenses sont-elles finalement plus hétérogènes ?

1.2 Représentation d'une série de données**Exercice 14:**

Dans le parc naturel de Barbetdou, il y a des animaux. Certains sont des quadrupèdes (buffles, hyènes, léopards), et d'autres sont des oiseaux (grues, cigognes, spatules, hérons). Voici un diagramme en barres qui donne le nombre d'individus pour chaque espèce.



1. Quel est l'effectif des buffles ?
2. Calculer la fréquence des hyènes. Donner le résultat sous la forme d'un pourcentage arrondi, si besoin, à 0,1% près.
3. Calculer l'effectif des quadrupèdes.
4. Calculer la fréquence des oiseaux. Donner le résultat sous la forme d'un pourcentage arrondi, si besoin, à 0,1% près.

Exercice 15:

On considère la série statistique de 20 valeurs suivantes :

50 – 43 – 31 – 31 – 46 – 54 – 29 – 89 – 55 – 32 – 63 – 27 – 30 – 74 – 32 – 42 – 46 – 59 – 40 – 39.
Tracer le diagramme en boîte correspondant à cette série.

Exercice 16:

On considère la série statistique de 30 valeurs suivante :

9 – 9 – 2 – 5 – 6 – 7 – 1 – 0 – 1 – 2 – 5 – 7 – 0 – 7 – 8 – 9 – 7 – 9 – 8 – 4 – 3 – 6 – 2 – 4 – 4 – 6 – 5 – 4 – 5 – 1.

Tracer le diagramme en bâtons correspondant à cette série.

Exercice 17:

Tracer le diagramme en boîte de la série statistique suivante :

Valeur	2	4	6	8	10	12	14
Effectif	1	3	5	4	3	2	4

Exercice 18:

Une clinique fait une étude sur la taille des enfants de 2 ans. Voici les résultats :

Taille	[75; 80[	[80; 85[	[85; 90[	[90; 105[
Effectif	28	70	145	90

- Réaliser un diagramme circulaire représentant ces données.
- En considérant le centre de chaque classe, réaliser un diagramme en bâton.
- Réaliser un histogramme de cette série.
- Réaliser le diagramme des fréquences cumulées croissantes de cette série.
 - A l'aide du diagramme des fréquences cumulées croissantes, déterminer la taille médiane dans cette clinique pour un enfant de 2 ans. On arrondira le résultat au cm près.
 - A l'aide du diagramme des fréquences cumulées croissantes, déterminer les quartiles pour cette série, au cm près.

Exercice 19:

Une boulangerie réalise un bilan des montants dépensé par ses clients lors d'un week-end. Elle obtient les résultats suivants :

Taille	[0; 1, 5[	[1, 5; 3[	[3; 5[	[5; 10[	[10; 15[	[15; 25]
Effectif	127	203	385	333	162	40

- Réaliser le diagramme des fréquences cumulées croissantes correspondant à cette série.
- En déduire la médiane et les quartiles de cette série, arrondi à 0,1 près.
- Compléter les phrases suivantes :
 - "La moitié des clients de la boulangerie dépensent au moins euros."
 - "25% des clients de la boulangerie dépensent au plus euros."

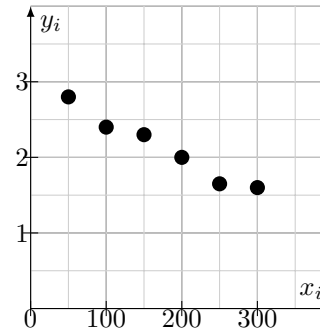
2 Statistiques à deux variables

Exercice 20:

Le tableau suivant donne le prix de vente d'un article en fonction de la quantité commandée.

Quantité commandée : x_i	50	100	150	200	250	300
Prix en milliers d'euros : y_i	2,8	2,4	2,3	2	1,65	1,6

Le nuage de point correspondant est représenté ci-dessous.



- Calculer les coordonnées du point moyen G de ce nuage de points.

- Reproduire la figure. On donne le point $A(250; 1,75)$. Placer les points G et A . Tracer la droite (AG) .

- On admet que la droite (AG) est une droite d'ajustement du nuage.

- Déterminer graphiquement une estimation du prix de vente d'un article si on en commande 230. Faire apparaître les tracés utiles.

- On admet qu'une équation de (AG) est $y = 3 - 0,005x$. Retrouver par le calcul l'estimation demandée au 3.(a).

Exercice 21:

Le tableau suivant donne les dépenses en santé, en milliards d'euros, d'un pays pour quatre années consécutives.

Rang de l'année : x_i	1	2	3	4
Dépenses en milliards d'euros : y_i	64,34	69,07	74,84	80,94

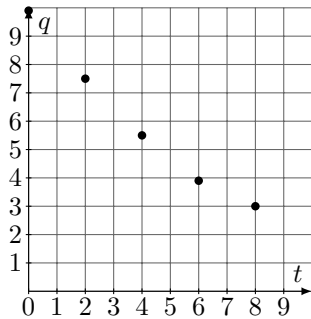
- Représenter graphiquement le nuage de points associé à la série $(x_i; y_i)$ dans un repère orthogonal.
- On désigne par A et B les points de coordonnées $(1; 64,34)$ et $(4; 80,94)$. On décide de prendre comme droite d'ajustement du nuage la droite (AB) .
 - Déterminer une équation de la droite (AB) sous la forme $y = ax + b$. Arrondir a et b à 10^{-2} .
 - Déduire de la question précédente une prévision des dépenses pour l'année de rang 5.

Exercice 22:

Un médicament est injecté par voie intraveineuse. Dans les heures qui suivent, la substance est éliminée par les reins. La quantité q_i présente dans le sang (en mg) à l'instant t_i (en heures) a été mesurée par des prises de sang toutes les deux heures :

t_i	0	2	4	6	8
q_i	9,9	7,5	5,5	3,9	3

Le nuage de points associé à la série statistique $(t_i; q_i)$ est représenté ci-dessous.



- On désigne par G le point moyen du nuage. Calculer les coordonnées du point G .
- On désigne par A le point du nuage de coordonnées $(8; 3)$.

Exercice 23:

Le tableau suivant donne la population d'une ville nouvelle entre les années 1985 et 2015 :

Rang de l'année : x_i	0	5	10	15	20	25	30
Population en milliers d'habitants : y_i	18	21	25	30	36	42	50

- Représenter le nuage de points associé à ce tableau dans un repère orthonormé. On prendra comme unité graphique 1 cm pour 5.
- Soit $A(5; 21)$ et $B(25; 42)$. Déterminer une équation de la droite (AB) .
- Expliquer pourquoi on peut prendre la droite (AB) comme droite d'ajustement du nuage.
 - Déduire de cet ajustement une estimation de la population en 2025.

Exercice 24:

Le tableau suivant donne l'évolution des ventes de lait, en hectolitres, dans une région pendant cinq années consécutives.

Rang de l'année : x_i	1	2	3	4	5
Vente des ventes : y_i	114 671	114 772	114 394	115 621	116 321

- On considère le nuage de points $M_i(x_i; y_i)$ dans un repère orthogonal. Déterminer les coordonnées $(\bar{x}; \bar{y})$ du point moyen de ce nuage.

- Construire la droite (AG) sur la figure, après l'avoir reproduite.
- Démontrer qu'une équation de la droite (AG) est : $y = -0,74x + 8,92$.

- On décide de prendre la droite (AG) comme droite d'ajustement affine du nuage. On admettant que l'évolution observée se poursuit

- Utiliser l'ajustement affine pour estimer la quantité de médicament présente dans le sang au bout de 5 heures.
- Utiliser l'ajustement affine pour estimer la quantité de médicament présente dans le sang au bout de 10 heures.

- On ajuste le nuage de points précédent par la droite Δ d'équation $y = 414,9x + p$. Déterminer p pour que la droite Δ passe par le point G .
- A l'aide de l'équation obtenue précédemment, estimer le volume des ventes l'année de rang 6. Arrondir à l'unité.

Exercice 25:

Le tableau suivant donne le chiffre d'affaires mondial d'une entreprise entre 2013 et 2019 en millions d'euros.

Rang de l'année : x_i	0	1	2	3	4	5	6
Chiffre d'affaires : y_i	18,3	20,1	23,3	25,3	27,8	30,6	32,4

- Représenter le nuage de points $M_i(x_i; y_i)$ dans un repère avec pour unités : 1cm pour 1 en abscisse et 1cm pour 5 en ordonnée.
- A l'aide d'une calculatrice ou d'un tableur, donner une équation de la droite d'ajustement affine de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés. Les coefficients sont à arrondir au centième.
 - Dans la suite, on choisit la droite d d'équation $y = 2,4x + 18,1$ comme ajustement affine du nuage de points. Tracer la droite d sur le graphique.
- En supposant que cet ajustement demeure valable pendant plusieurs années, estimer le chiffre d'affaires de cette entreprise en 2020.

Exercice 26:

Pour les habitants d'une grande métropole, le temps moyen quotidien, en heures, passé par une personne devant un écran d'ordinateur, de tablette ou de smartphone est donné dans le tableau suivant entre 2015 et 2019 :

Rang de l'année : x_i	0	1	2	3	4
Temps en heures : y_i	2,78	3,27	3,52	3,77	3,97

- Représenter le nuage de points $M_i(x_i; y_i)$ dans un repère avec pour unités : 1cm pour 1 en abscisse et 1cm pour 1 en ordonnée.
- A l'aide de la calculatrice, déterminer une équation de la droite d'ajustement de y en x par la méthode des moindres carrés.
- Dans la suite de l'exercice, on prend la droite $\mathcal{D}$ d'équation $y = 0,3x + 2,9$ comme droite d'ajustement du nuage de points.
 - Tracer la droite $\mathcal{D}$ sur le graphique.
 - En utilisant cet ajustement, déterminer une estimation du temps quotidien passé devant un écran à l'année de rang 6.
 - D'après ce modèle, en quelle année va-t-on atteindre les 5 heures devant un écran ?

Exercice 27:

La vitamine B12 est une vitamine essentielle au fonctionnement normal du cerveau, du système nerveux et à la formation du sang. Sa concentration dans le sang se mesure en picogramme par millilitre (pg/ml). Le tableau ci-dessous donne l'évolution sur plusieurs semaines de la concentration en vitamine B12 dans le sang d'une personne qui, se plaignant d'une fatigue persistante, reçoit chaque jour une injection de cette vitamine.

Durée écoulee en semaine : t_i	0	1	3	5	7	9
Concentration en vitamine B12 : y_i	100	104	118	128	141	156

L'allure du nuage des points $M_i(t_i; y_i)$ ne justifiant pas un ajustement affine, on effectue un changement de variable en posant $z_i = \log(y_i)$.

1. Calculer les six valeurs de $z_i = \log(y_i)$.
2. A l'aide d'une calculatrice ou d'un tableur, déterminer une équation de la droite d'ajustement de z en t obtenue par la méthode des moindres carrés sous la forme $z = at + b$.
3. On prend pour modèle d'ajustement la droite d'équation $z = 0,02t + 2$. Quelle serait, selon ce modèle, la durée nécessaire pour que la concentration en vitamine B12 dans le sang devienne supérieure à 500 pg/ml, permettant ainsi de faire disparaître les symptômes de fatigue ?

Exercice 28:

Une bactérie est apparue en août 2018 chez un ostréiculteur. Le tableau ci-dessous donne la quantité d'huîtres (en tonnes) contaminées par la bactérie chez cet ostréiculteur pendant dix mois consécutifs d'août 2018 à mai 2019.

Rang du mois : x_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Huîtres contaminées : y_i	20	210	320	390	440	480	510	540	560	570

L'allure du nuage des points $M_i(x_i; y_i)$ ne justifiant pas un ajustement affine, on effectue un changement de variable en posant $z_i = \frac{750}{750 - y_i}$.

1. Calculer les dix valeurs de z_i .
2. Représenter le nuage des dix points $N_i(x_i; z_i)$ dans un repère en prenant pour unités graphiques 1 cm en abscisse et 4 cm en ordonnée.
3. Calculer les coordonnées du point moyen G du nuage des points N_i et placer G sur le graphique.

4. A l'aide d'une calculatrice ou d'un tableur, déterminer une équation de la droite d'ajustement de z en x obtenue par la méthode des moindres carrés sous la forme $z = ax + b$. Tracer cette droite dans le repère.
5. Déterminer avec ce modèle d'ajustement la quantité d'huîtres affectées par la bactérie en décembre 2019, le mois de décembre étant la période de vente la plus importante pour un ostréiculteur. Arrondir à la dizaine de tonnes.

3 Problèmes

Problème 1:

Des tests de distance d'arrêt sont réalisés sur le périphérique de la ville de Dijon : un conducteur, muni d'un casque, doit s'arrêter lorsqu'il entend un bip. On mesure la distance parcourue par le véhicule entre le bip et l'arrêt total du véhicule. On obtient les résultats suivants :

Vitesse : x_i	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110
Distance d'arrêt : d_i	9	13	19	26	39	52	70,3	85,4	100	120	145

On peut s'apercevoir que le nuage de point associé n'est pas forcément adapté à un ajustement affine. On pose alors $y = \sqrt{d}$.

1. Déterminer les valeurs des $y_i = \sqrt{d_i}$.
2. Représenter ce nuage de point dans un graphique avec pour unités graphiques : 1 cm pour 10 pour les abscisses et 1 cm pour 1 sur les ordonnées.
3. Déterminer une équation de la droite de régression de y en x par la méthode des moindres carrés.
4. Déterminer le coefficient de corrélation linéaire, arrondi au millièm.
5. Utiliser l'équation trouvée pour déterminer :
 - (a) La distance d'arrêt à 130 km/h, arrondie au m.
 - (b) La vitesse d'un véhicule dont la distance d'arrêt est 60 m, arrondie au km/h.

Problème 2:

Le prix de revente d'un certain modèle de voiture est donné dans le tableau suivant, en fonction du nombre d'année écoulé depuis son achat :

Année : x_i	0	1	2	3	4	5
Prix : y_i	18 000	14 500	11 500	9 200	7 300	6 000

Partie A

1. Représenter le nuage de point de cette série statistique et déterminer le coefficient de corrélation. Un ajustement affine semble-t-il possible ?
2. Donner une équation de la droite de régression de y en x par la méthode des moindres carrés à la calculatrice, en arrondissant les coefficients au millièmes.
3. D'après ce modèle, à quel prix arrondi à l'euro peut-on vendre ce véhicule :
 - (a) six ans après son achat ?
 - (b) deux ans et demi après son achat ?

Partie B

1. On effectue un changement de variable en posant $z = \log(y)$, calculer les valeurs $z_i = \log(y_i)$.
2. Déterminer le coefficient de corrélation. L'ajustement affine est-il possible ? Est-il de meilleure qualité que celui de la partie A ?
3. Donner une équation de la droite de régression de z en x par la méthode des moindres carrés à la calculatrice, en arrondissant les coefficients au millièmes.
4. D'après ce modèle, à quel prix arrondi à l'euro peut-on vendre ce véhicule :
 - (a) six ans après son achat ?
 - (b) deux ans et demi après son achat ?
5. Comparer les résultats précédents à ceux de la partie A. Les résultats sont-ils significativement différents ?

Problème 3:

Le site www.statistiques.developpement-durable.gouv.fr donne des statistiques sur le développement durable en s'appuyant sur les travaux du GIEC. Ainsi, le niveau de la mer est mesuré chaque année depuis l'année 1993, prise comme année de référence. Les résultats sont indiqués dans le tableau suivant.

Année	1993	2002	2005	2008	2011	2014	2017	2020
Rang: x_i	0	9	12	15	18	21	24	27
Augmentation niveau de la mer par rapport à 1993 (en cm) : y_i	0	2,7	3,2	4	5,3	6	7,8	9

Ainsi, en 2020, le niveau de la mer a augmenté globalement de 9 cm par rapport à 1993. Dans cet exercice, on cherche à prévoir en quelle année le niveau de la mer aura augmenté de 1 m par rapport à 1993 à partir de différents modèles.

Partie A

1. Déterminer les coordonnées du point moyen A correspondant aux données des années 2002, 2005 et 2008.
2. Déterminer les coordonnées du point moyen B correspondant aux données des années 2014, 2017 et 2020.
3. Déterminer l'équation de la droite (AB) .
4. En supposant que le niveau des mers continue d'évoluer suivant la droite (AB) , en quelle année l'augmentation sera-t-elle de 1 m ?

Partie B

1. On considère le nuage de points définis par les années 2002 à 2020. Déterminer le coefficient de corrélation linéaire entre y et x . Un ajustement affine paraît-il envisageable ?
2. Déterminer une équation de la droite d'ajustement affine de y en x par la méthode des moindres carrés.
3. En supposant que le niveau des mers continue d'évoluer suivant cet ajustement, en quelle année l'augmentation sera-t-elle de 1 m ?
4. Ce modèle est-il très différent du modèle établi dans la partie A ?

Partie C

1. On effectue un changement de variable en posant $z = \log(y)$, calculer les valeurs $z_i = \log(y_i)$.
2. Déterminer le coefficient de corrélation linéaire entre z et x . Un ajustement affine paraît-il envisageable ? Est-il de meilleure qualité que celui de la partie B ?
3. Déterminer une équation de la droite d'ajustement affine de z en x par la méthode des moindres carrés.
4. En supposant que le niveau des mers continue d'évoluer suivant cet ajustement, en quelle année l'augmentation sera-t-elle de 1 m ?
5. Commenter ce résultat par rapport aux résultats des autres parties.