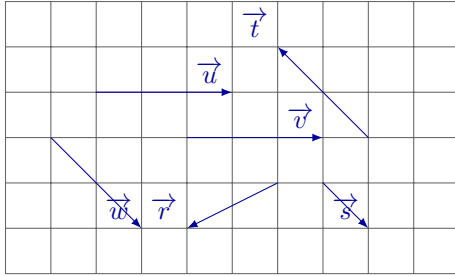


Vecteurs du plan et de l'espace

1.1 Reconnaître les caractéristiques d'un vecteur

Exercice 1:

Déterminer, dans la figure ci-dessous :

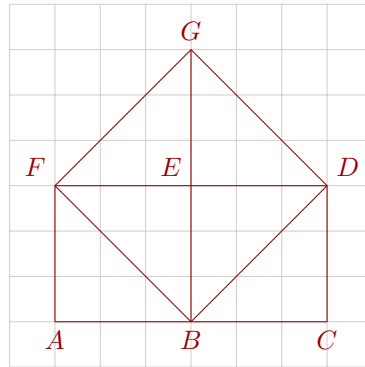


1. tous les vecteurs égaux ;
2. tous les vecteurs de même direction mais pas de même sens ;
3. tous les vecteurs de même norme mais pas de même direction.

Exercice 2:

A l'aide de la figure ci-contre, citer :

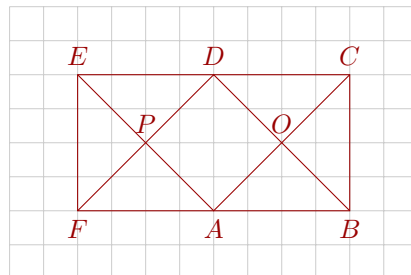
1. Trois paires de vecteurs égaux
2. Trois vecteurs ayant la même direction
3. Quatre vecteurs ayant la même norme
4. Deux vecteurs ayant la même direction, des sens contraires et des normes différentes
5. Quatre vecteurs opposés au vecteur $\overrightarrow{ED}$



Exercice 3:

A l'aide de la figure ci-dessous, citer :

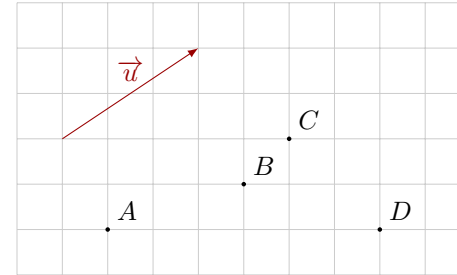
1. tous les vecteurs égaux à $\overrightarrow{ED}$;
2. au moins huit vecteurs de même direction que $\overrightarrow{ED}$;
3. au moins six vecteurs de même norme que $\overrightarrow{EP}$;
4. quatre vecteurs opposés à $\overrightarrow{OP}$.



1.2 Représenter graphiquement des vecteurs

Exercice 4:

On considère la figure ci-dessous où chaque carreau du quadrillage a pour côté 1.



ayant pour direction la droite (AD), pour sens A vers D et pour norme 4

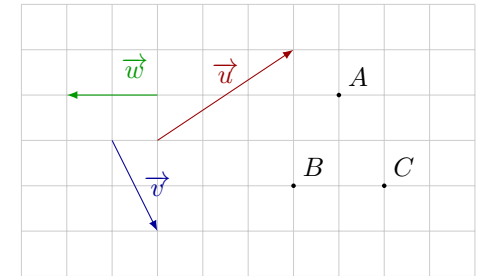
3. Construire le vecteur $\vec{v}$ d'origine D, ayant pour direction la droite (BC), pour sens B vers C et pour norme 2
4. Construire le vecteur $\vec{z}$ d'origine C, égal à $\vec{u}$
5. Construire le vecteur $\vec{t}$ d'origine A, égal à $\vec{u}$

1. Reproduire la figure
2. Construire le vecteur $\vec{u}$ d'origine A,

Exercice 5:

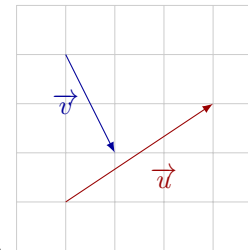
A partir de la figure ci-contre :

1. Construire le point D tel que $\overrightarrow{AD} = \vec{u}$
2. Construire le point E tel que $\overrightarrow{BE} = \vec{v}$

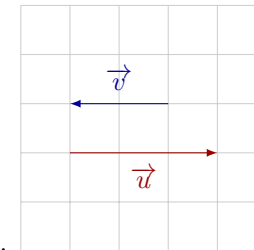


Exercice 6:

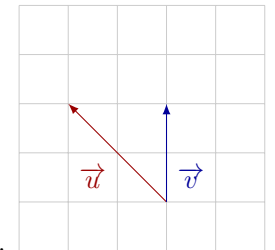
Dans chacun des cas, reproduire la figure en respectant le quadrillage et construire le vecteur $\vec{u} + \vec{v}$



1.



2.

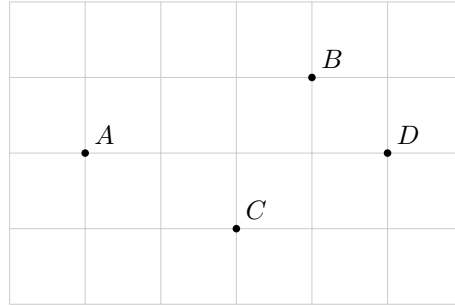


3.

Exercice 7:

Reproduire la figure ci-contre et construire les points E, F, G et H tels que :

1. $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$
2. $\overrightarrow{BF} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DB}$
3. $\overrightarrow{CG} = \overrightarrow{CA} - \overrightarrow{DC}$
4. $\overrightarrow{DH} = -\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$

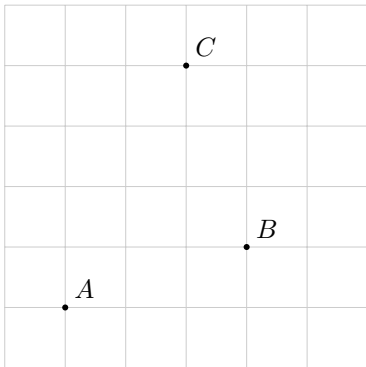
**Exercice 8:**

On considère un segment $[AB]$ de longueur 6. Construire les points C, D, E, F, G et H tels que :

- | | | |
|--|---|---|
| 1. $\overrightarrow{AC} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$ | 3. $\overrightarrow{BE} = 2\overrightarrow{AC}$ | 5. $\overrightarrow{GA} = \frac{6}{5}\overrightarrow{EA}$ |
| 2. $\overrightarrow{BD} = -\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$ | 4. $\overrightarrow{DF} = \frac{7}{5}\overrightarrow{DC}$ | 6. $\overrightarrow{HD} = \frac{7}{2}\overrightarrow{CB}$ |

Exercice 9:

1. Reproduire la figure ci-dessous en respectant le quadrillage.



2. Construire les points M, N, P et Q tels que :

- (a) $\overrightarrow{AM} = 3\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC}$
- (b) $\overrightarrow{BN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} + \frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$
- (c) $\overrightarrow{CP} = \frac{5}{2}\overrightarrow{BA} + 2\overrightarrow{AC}$
- (d) $\overrightarrow{QB} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{PB}$

Exercice 10:

Soit ABC un triangle. Placer les points D, E et F tels que :

- $\overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{BA}$
- $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{CA}$
- $3\overrightarrow{FC} - 2\overrightarrow{FB} = \vec{0}$

1.3 Déterminer les coordonnées d'un vecteur**Exercice 11:**

Dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$, on donne deux points $A(3; 2)$ et $B(-4; 2)$.

1. Faire une figure
2. Représenter
 - (a) un vecteur $\vec{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix}$ d'origine O .
 - (b) un vecteur $\vec{v}$ d'origine A et de coordonnées $\begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$
3. Placer les points C et D tels que $\overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{BD} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$

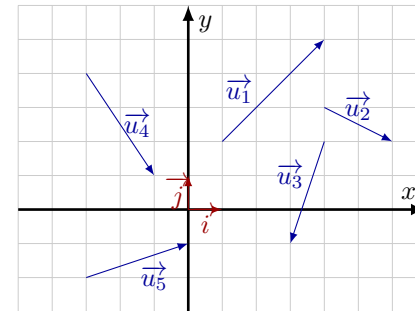
Exercice 12:

Dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$, représenter les vecteurs :

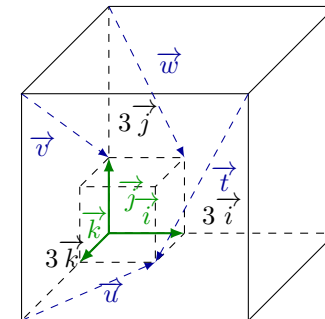
1. $\vec{u} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$
2. $\vec{v} = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \end{pmatrix}$
3. $\vec{w} = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \end{pmatrix}$
4. $\vec{z} = \begin{pmatrix} 0 \\ -5 \end{pmatrix}$

Exercice 13:

Lire les coordonnées de tous les vecteurs de la figure ci-dessous.

**Exercice 14:**

Dans la figure ci-dessous, déterminer les coordonnées des vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$, $\vec{w}$ et $\vec{t}$.



2 Barycentre

2.1 Barycentre de deux points

Exercice 15:

Démontrer une propriété du cours : Soit G le barycentre de (A, α) et (B, β) avec $\alpha + \beta \neq 0$. Démontrer que $\overrightarrow{AG} = \frac{\beta}{\alpha + \beta} \overrightarrow{AB}$.

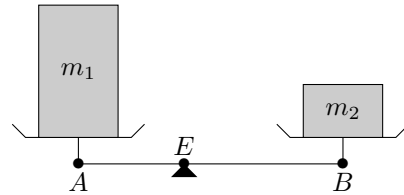
Exercice 16:

Déterminer la position du point G sur le segment $[AB]$.

1. G est le barycentre de $(A, 2)$ et $(B, 7)$.
2. G est le barycentre de $(A, -3)$ et $(B, 1)$.
3. G est le barycentre de $\left(A, \frac{3}{5}\right)$ et $\left(B, \frac{3}{5}\right)$.
4. G est le barycentre de $(A, 2\,022)$ et $(B, 337)$.

Exercice 17:

On souhaite positionner le point E pour que la balance soit en équilibre. La position du point E dépend des masses m_1 et m_2 présentes aux points A et B . Le point E est le barycentre du système (A, m_1) et (B, m_2) .



Préciser la position du point E sur le segment $[AB]$ lorsque la masse m_1 est égale à :

1. deux fois la masse m_2 ;
2. dix fois la masse m_2 ;
3. la masse m_2 .

Exercice 18:

1. Soit $A(1; 2)$ et $B(3; 7)$. Déterminer les coordonnées du point G barycentre de $(A, 2)$ et $(B, 3)$.
2. Soit $A(-2; 3)$ et $B(3; -2)$. Déterminer les coordonnées du point G barycentre de $(A, 1)$ et $(B, 2)$.
3. Soit $A(-3; 1)$ et $B(2; 4)$. Déterminer les coordonnées du point G barycentre de $(A, -4)$ et $(B, 1)$.

Exercice 19:

1. Soit $A(2; -2; -1)$ et $B(2; 4; 1)$. Déterminer les coordonnées du point G barycentre de $(A, 3)$ et $(B, 1)$.

2. Soit $A(-1; 2; 0)$ et $B(2; -4; 0)$. Déterminer les coordonnées du point G barycentre de $(A, -4)$ et $(B, 3)$.

3. Soit $A(3; 2; 3)$ et $B(12; -4; -9)$. Déterminer les coordonnées du point G barycentre de $(A, 20)$ et $(B, -5)$.

2.2 Barycentre de trois points

Exercice 20:

Déterminer les coordonnées du point G :

1. G est le barycentre de $(A, 1)$, $(B, 2)$ et $(C, 1)$ avec $A(2; -2)$, $B(0; 1)$ et $C(5; 2)$.
2. G est le barycentre de $(A, 1)$, $(B, -1)$ et $(C, 2)$ avec $A(3; 2)$, $B(-2; 5)$ et $C(-3; -1)$.

Exercice 21:

Déterminer les coordonnées du point G :

1. G est le barycentre de $(A, 2)$, $(B, -3)$ et $(C, 2)$ avec $A(3; 1; 2)$, $B(1; -2; 1)$ et $C(-4; 2; 3)$.
2. G est le barycentre de $(A, 420)$, $(B, 120)$ et $(C, -480)$ avec $A(1; -1; 1)$, $B(0; 1; -2)$ et $C(3; -4; 2)$.

3 Opérations sur les vecteurs

3.1 Coordonnées d'un vecteur du plan ou de l'espace

Exercice 22:

Soit $\vec{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\vec{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$, $\vec{w} = \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix}$ et $\vec{t} = \begin{pmatrix} 5 \\ -2 \end{pmatrix}$.

Déterminer les coordonnées des vecteurs suivants.

- | | | |
|------------------------|------------------------|------------------------|
| 1. $\vec{u} + \vec{v}$ | 3. $\vec{u} + \vec{w}$ | 5. $\vec{u} + \vec{t}$ |
| 2. $\vec{u} - \vec{v}$ | 4. $\vec{u} - \vec{w}$ | 6. $\vec{u} - \vec{t}$ |

Exercice 23:

Soit $\vec{u} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$, $\vec{v} = \begin{pmatrix} -3 \\ -2 \end{pmatrix}$, $\vec{w} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$ et $\vec{t} = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$.

Déterminer les coordonnées des vecteurs suivants.

- | | | |
|----------------|--------------------------|------------------------------------|
| 1. $3\vec{u}$ | 3. $2\vec{u} - 3\vec{v}$ | 5. $-4\vec{t} + 2\vec{u}$ |
| 2. $-2\vec{w}$ | 4. $-\vec{v} + 2\vec{t}$ | 6. $4\vec{w} - 3\vec{t} - \vec{u}$ |

Exercice 24:

Soit $\vec{u} = \begin{pmatrix} -5 \\ 4 \end{pmatrix}$, $\vec{v} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\vec{w} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ et $\vec{t} = \begin{pmatrix} -3 \\ 8 \end{pmatrix}$.

Déterminer les coordonnées des vecteurs suivants.

$$1. 3\vec{u} - 2\vec{v} \quad \left| \quad 2. -\frac{1}{2}\vec{v} + 4\vec{t} \quad \left| \quad 3. 4\vec{w} - 6\vec{t} + \vec{u} \right. \right.$$

Exercice 25:

Soit $\vec{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\vec{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\vec{w} = \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$ et $\vec{t} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$.

Déterminer les coordonnées des vecteurs suivants.

$$\begin{array}{l|l|l|l} 1. \vec{u} + \vec{v} & 3. 2\vec{u} & 5. -3\vec{u} + 2\vec{v} & 7. 2(\vec{u} + \vec{v}) - \\ 2. \vec{u} - \vec{t} & 4. -3\vec{t} & 6. 2\vec{w} - \vec{t} & 3(\vec{w} + \vec{t}) \end{array}$$

3.2 Coordonnées de points**Exercice 26:**

Soient $A(-3; -2)$, $B(2; 1)$, $C(-2; 3)$ et $D(3; -1)$.

Déterminer les coordonnées des vecteurs $\vec{AB}$, $\vec{BC}$, $\vec{CD}$ et $\vec{DA}$.

Exercice 27:

Soient $A(-3; -2; -1)$, $B(2; 1; 3)$, $C(-2; 3; -2)$ et $D(3; -1; 4)$.

Déterminer les coordonnées des vecteurs $\vec{AB}$, $\vec{BC}$, $\vec{CD}$ et $\vec{DA}$.

Exercice 28:

Soient $A(2; 1)$, $B(-2; 5)$ et $C(3; 2)$.

Déterminer les coordonnées des vecteurs D tel que $ABCD$ soit un parallélogramme.

Exercice 30:

Soient $A(3; -5; -1)$, $B(-2; 4; -3)$ et $D(2; 3; -4)$.

Déterminer les coordonnées des vecteurs C tel que $ABCD$ soit un parallélogramme.

Exercice 31:

Soient $A(-5; 3)$, $B(-3; 1)$ et $C(1; 5)$.

Déterminer les distances AB , AC et BC . En déduire que le triangle ABC est rectangle en B .

Exercice 32:

$$1. \text{ Soit } \vec{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}, \vec{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 4 \end{pmatrix}, \vec{w} = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \text{ et } \vec{t} = \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix}.$$

Déterminer la norme de chacun de ces vecteurs

2. Soit $A(1; 2; 0)$, $B(5; 5; -1)$, $C(-1; -1; -4)$ et $D(3; 1; 2)$. Déterminer les longueurs AB , BC , CD et DA .

Exercice 33:

Soit $A(3; 1; -5)$, $B(5; 5; -1)$ et $C(7; 3; -9)$.

Démontrer que le triangle ABC est rectangle isocèle.

Exercice 34:

Le plan est muni d'un repère (O, I, J) . On considère les points $A(-2, 2)$; $B(2, 3)$; $C(1, 1)$ et $D(4, -5)$

1. Tracer un repère orthonormé et placer les points

2. Calculer les coordonnées des vecteurs $\vec{AB}$ et $\vec{CD}$

3. En déduire les coordonnées des vecteurs suivants : $2\vec{AB}$; $5\vec{CD}$; $-3\vec{AB}$; $\frac{2}{3}\vec{CD}$ et $\frac{1}{4}\vec{AB}$

4. Calculer les coordonnées du point F tel que $\vec{AF} = 2\vec{AB}$

5. Calculer les coordonnées du point G tel que $\vec{GB} = -\frac{1}{3}\vec{CD}$

3.3 Produit scalaire**Exercice 35:**

Soit $\vec{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\vec{v} = \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \end{pmatrix}$, $\vec{w} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}$ et $\vec{t} = \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \end{pmatrix}$.

Déterminer les produits scalaires suivants.

$$1. \vec{u} \cdot \vec{v} \quad \left| \quad 2. \vec{v} \cdot \vec{w} \quad \left| \quad 3. \vec{t} \cdot \vec{w} \quad \left| \quad 4. \vec{v} \cdot \vec{t} \right. \right.$$

Exercice 36:

Soit $\vec{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}$, $\vec{v} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix}$, $\vec{w} = \begin{pmatrix} -3 \\ 5 \\ -2 \end{pmatrix}$ et $\vec{t} = \begin{pmatrix} -7 \\ -4 \\ 8 \end{pmatrix}$.

Déterminer les produits scalaires suivants.

$$1. \vec{u} \cdot \vec{v} \quad \left| \quad 2. \vec{v} \cdot \vec{w} \quad \left| \quad 3. \vec{t} \cdot \vec{w} \quad \left| \quad 4. \vec{v} \cdot \vec{t} \right. \right.$$

Exercice 37:

1. Soit $A(1; 5)$, $B(-3; 3)$ et $C(3; 1)$.

Déterminer la valeur, en radians, de l'angle $\widehat{BAC}$.

2. Soit $A(1; 3)$, $B(3; 3)$ et $C(-1; 1)$.

Déterminer la valeur, en radians, de l'angle $\widehat{BAC}$

Exercice 38:

1. Soit $A(2; 2; 1)$, $B(0; 4; 1)$ et $C(2; 7; -4)$.
Déterminer la valeur, en degrés, de l'angle $\widehat{BAC}$.
2. Soit $A(2; -2; 3)$, $B(1; -1; 2)$ et $C(4; 4; -3)$.
Déterminer la valeur, en degrés, de l'angle $\widehat{BAC}$.

3.4 Produit vectoriel**Exercice 39:**

Soit $\vec{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$, $\vec{v} = \begin{pmatrix} -1 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix}$ et $\vec{w} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix}$

Déterminer les produits vectoriels suivants.

1. $\vec{u} \wedge \vec{v}$
2. $\vec{u} \wedge \vec{w}$
3. $\vec{v} \wedge \vec{w}$

Exercice 40:

1. Soit $A(-4; -2; 0)$, $B(2; -2; 0)$, $C(-1; 2; 0)$ et $D(5; 2; 0)$.
Vérifier que $ABCD$ est un parallélogramme puis déterminer son aire.
2. Soit $A(-2; -3; -1)$, $B(2; -1; 4)$, $C(3; 3; 3)$ et $D(7; 5; 8)$.
Vérifier que $ABCD$ est un parallélogramme puis déterminer son aire.

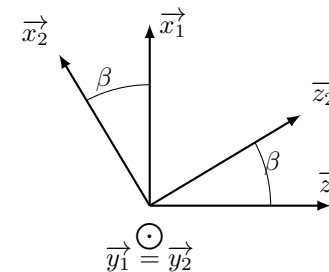
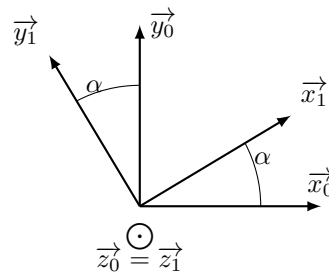
Exercice 41:

1. Soit $A(1; 1; 1)$, $B(2; 3; 5)$ et $C(-1; -3; -2)$.
Déterminer l'aire du triangle ABC .
2. Soit $A(-1; 3; 5)$, $B(7; -4; 5)$ et $C(1; 2; -3)$.
Déterminer l'aire du triangle ABC .

4 Problème**Problème 1:**

Soient trois bases orthonormées directes positionnées de la manière suivante (voir figures ci-dessous) :

- La base $(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ est positionnée par rapport à la base $(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ par une rotation d'angle α autour de $\vec{z}_0$ avec $\vec{z}_0 = \vec{z}_1$.
- La base $(\vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$ est positionnée par rapport à la base $(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ par une rotation d'angle β autour de $\vec{y}_1$ avec $\vec{y}_1 = \vec{y}_2$.



1. Exprimer :

- | | | |
|--|--|--|
| (a) $\vec{x}_1$ dans la base $(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$; | (b) $\vec{x}_1$ dans la base $(\vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$; | (c) $\vec{x}_2$ dans la base $(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$; |
|--|--|--|

2. Déterminer les produits scalaires suivants :

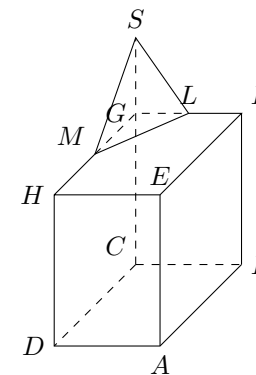
- | | | |
|---------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|
| (a) $\vec{y}_2 \cdot \vec{y}_1$ | (c) $\vec{x}_1 \cdot \vec{z}_2$ | (e) $\vec{z}_2 \cdot \vec{x}_0$ |
| (b) $\vec{x}_2 \cdot \vec{x}_1$ | (d) $\vec{y}_1 \cdot \vec{x}_0$ | |

3. Déterminer les produits vectoriels suivants :

- | | | |
|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|
| (a) $\vec{x}_1 \wedge \vec{x}_2$ | (c) $\vec{y}_0 \wedge \vec{x}_1$ | (e) $\vec{z}_2 \wedge \vec{y}_0$ |
| (b) $\vec{z}_0 \wedge \vec{z}_1$ | (d) $\vec{x}_2 \wedge \vec{z}_1$ | |

Problème 2:

Un hôtelier souhaite installer une terrasse sur le toit de son hôtel et, pour protéger et orner l'accès à celle-ci, faire construire une pyramide de verre sur une partie du toit. Une représentation du bâtiment en perspective parallèle est fournie ci-contre. Cet hôtel est formé d'un pavé droit $ABCDEFGH$ avec $AB = 14$ m, $AD = 7$ m et $AE = 10$ m. On souhaite installer sur le toit une pyramide dont la base est le triangle GLM et la hauteur est GS , où les points L et M sont les milieux respectifs de $[FG]$ et $[GH]$ et $GS = \frac{1}{2}CG$.

**Partie A**

Afin que la pyramide satisfasse à certaines normes esthétiques, la mesure de l'angle

$\widehat{LSM}$ doit dépasser 60° . On considère les points I, J et K , respectivement situés sur $[CD]$, $[CS]$ et $[CG]$ tels que $CI = CJ = CK = 1$ m.

On munit ainsi l'espace d'un repère orthonormal $(\vec{CI}, \vec{CJ}, \vec{CK})$.

- Par lecture graphique, donner les coordonnées des points F, G et H dans ce repère.
 - Démontrer que les coordonnées de L sont $(0; 3; 5; 10)$. Donner de même les coordonnées de M .
- On admet que $S(0; 0; 15)$.
 - Calculer les coordonnées des vecteurs $\vec{SL}$ et $\vec{SM}$.
 - Montrer que $\vec{SL} \cdot \vec{SM} = 25$.
 - Calculer les valeurs exactes des distances SL et SM .
 - En déduire la valeur approchée, arrondie au degré, de la mesure de l'angle $\widehat{LSM}$. La contrainte esthétique est-elle vérifiée ?

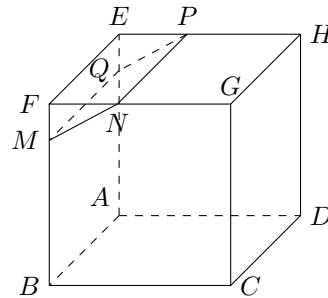
Partie B

Le constructeur de la pyramide en verre doit déterminer la surface de verre nécessaire à la réalisation de cet ouvrage.

- Donner, sans justification, la nature des triangles GMS et GLS .
- Calculer les aires des triangles GMS et GLS .
- En arrondissant au m^2 supérieur, quelle est la surface de verre nécessaire à la réalisation de la pyramide de verre ?

Problème 3:

Un menuisier souhaite réaliser des meubles à placer dans les combles d'une maison. Une représentation du meuble en perspective parallèle est fournie ci-contre. Ce meuble est inscrit dans un parallélépipède rectangle $ABCDEFGH$ dont les dimensions sont $AB = 80$ cm, $AD = 60$ cm et $AE = 90$ cm. On souhaite découper la partie supérieure du parallélépipède pour que le meuble puisse s'insérer dans la soupende de la chambre.

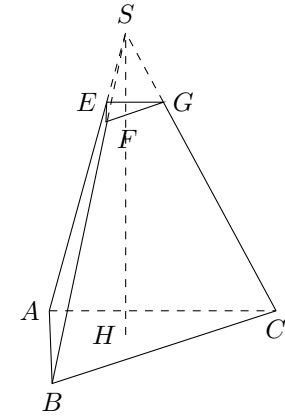


Afin que le meuble s'insère dans la soupende de la chambre, la mesure de l'angle $\widehat{FMN}$ doit être au minimum de 55° . On considère les points I, J et K respectivement situés sur $[AB]$, $[AD]$ et $[AE]$ tels que $AI = AJ = AK = 1$ cm. On munit l'espace d'un repère orthonormé $(A, \vec{AI}, \vec{AJ}, \vec{AK})$.

- Dans ce repère, le point C a pour coordonnées $C(80; 60; 0)$. Par lecture graphique, donner les coordonnées des autres sommets du parallélépipède.
 - Soit N le milieu du segment $[FG]$. Déterminer les coordonnées de N .
- Le point M appartient au segment $[BF]$, tel que $\vec{BM} = \frac{4}{5}\vec{BF}$. Montrer que les coordonnées de M sont $(80; 0; 72)$.
- Calculer les coordonnées des vecteurs $\vec{MN}$ et $\vec{MF}$.
 - Montrer que $\vec{MN} \cdot \vec{MF} = 324$.
 - Calculer les valeurs exactes des distances MN et ME .
 - En déduire une valeur approchée, arrondie au degré près, de la mesure de l'angle $\widehat{FMN}$. La contrainte angulaire est-elle respectée ?

Problème 4:

Un maire souhaite recouvrir une grande esplanade d'un toit végétal. le toit doit être supporté par 4 piliers identiques : des tétraèdres dont on a enlevé la partie supérieure sur laquelle doit reposer le toit. La mairie souhaite, pour des raisons d'esthétisme, que l'angle $\widehat{ABC}$ soit compris entre 55° et 60° et, pour des raisons de coût, que le volume total de la pyramide n'excède pas $30 m^3$. On donne $A(0; 0; 0)$, $B(5; 2; 0)$ et $C(0; 6; 0)$.



- Déterminer les coordonnées des vecteurs $\vec{BA}$ et $\vec{BC}$.
 - Vérifier que $\vec{BC} \cdot \vec{BA} = 17$.
 - En déduire la valeur de l'angle $\widehat{ABC}$ arrondie au degré. La contrainte esthétique est-elle respectée ?
- Déterminer l'aire du triangle ABC .
 - H est le barycentre de $(A, 1)$, $(B, 1)$ et $(C, 1)$. Déterminer les coordonnées de H .
 - Le sommet S de la pyramide a pour coordonnées $(\frac{5}{3}; \frac{8}{3}; 8)$. Déterminer la valeur de la hauteur SH .
 - En déduire le volume de la pyramide $SABC$.
 - Quel doit être la volume minimal de la pyramide $SEFG$ pour respecter la contrainte de coût ?