1 Dérivée locale

1.1 Compétences Attendues

- Calculer un taux de variation, la pente d'une sécante.
- Interpréter le nombre dérivé en contexte : pente d'une tangente, vitesse instantanée, coût marginal…
- Déterminer graphiquement un nombre dérivé par la pente de la tangente. Construire la tangente en un point à une courbe représentative connaissant le nombre dérivé.
- Déterminer l'équation de la tangente en un point à la courbe représentative d'une fonction.

1.2 Exercices

Exercice 1:
Tracer les droites suivantes selon leurs équations :

1. $d_1 : y = 2x - 3$
2. $d_2 : y = -2x + 1$

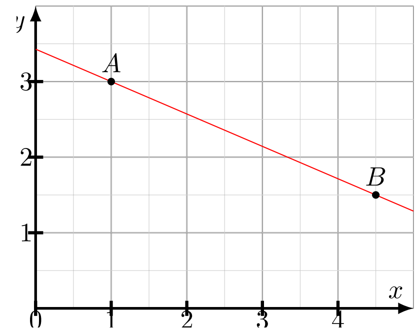
Exercice 2:
Tracer les droites suivantes selon un point de la droite et le coefficient directeur m:

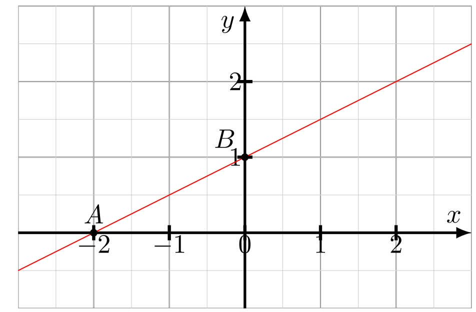
1. $A(-1; 2)$ et $m = 2$
2. $B(2; 3)$ et $m = -\dfrac{1}{2}$

Exercice 3:
Dans chaque cas, déterminer l'équation réduite de la droite (AB)

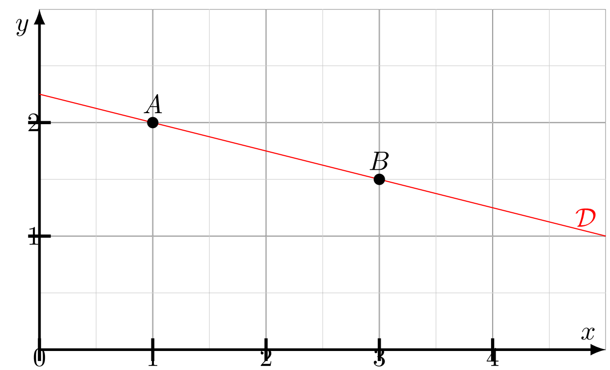
1. $A(-1; 2)$ et $B(3; 4)$
2. $A(12; 2,5)$ et $B(27; 4)$

Exercice 4:
Dans chaque cas, déterminer à l'aide du graphique l'équation réduite de la droite (AB)





Exercice 5:
On considère la droite $\mathcal{D}$ passant par A et B. Pour chacune des questions ci-dessous, trouver la bonne réponse parmi celles proposées.



1. Le coefficient directeur de la droite $\mathcal{D}$ est :

   (a) $0,25$
   (b) 4
   (c) -4
   (d) $-0,25$

2. Une équation de $\mathcal{D}$ est :

   (a) $y = 0,25x - 2,25$
   (b) $y = -0,25x - 2,25$
   (c) $y = 0,25x + 2,25$

Exercice 6:

1. Soit f la fonction définie pour tout x de $\mathbb{R}$ par $f(x) = -5x + 1$.
   Déterminer la valeur de $f'(1)$, en utilisant la définition de cours.

2. Soit f la fonction définie pour tout x de $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2$.
   Déterminer la valeur de $f'(-4)$, en utilisant la définition de cours.

Exercice 7:

1. Soit f une fonction dérivable sur $[-5; 5]$ et $\mathcal{C}_f$ sa courbe représentative.
   On sait que $f(-5) = 4$ et que $f'(-5) = -3$.
   Déterminer une équation de la tangente (T) à la courbe $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse -5.

2. Soit f une fonction dérivable sur $[-5; 5]$ et $\mathcal{C}_f$ sa courbe représentative.
   On sait que $f(0) = 0$ et que $f'(0) = -3$.
   Déterminer une équation de la tangente (T) à la courbe $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse 0.

Exercice 8:

1. Ecrire la formule donnant l'équation réduite de la tangente à la courbe d'une fonction f au point d'abscisse a

2. Soit f une fonction définie sur $\mathbb{R}$ telle que:

   - $f(-3) = -2$
   - La fonction f est dérivable en $a = -3$ et $f'(-3) = -5$

   Déterminer l'équation réduite de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse $a = -3$

3. La courbe représentative de f admet une tangente au point d'abscisse $a = -1$, celle-ci a pour équation réduite $y = -2x + 4$. Quelle est la valeur de $f'(-1)$?

4. (a) Soit $f(x) = -2x^2 - 4$. Calculer $f(1)$ et $f'(1)$
   (b) En déduire l'équation réduite de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse $a = 1$

Exercice 9:
La figure donne la courbe représentative $\mathcal{C}$ d'une fonction f définie sur $[1; 5]$. On admet que la courbe $\mathcal{C}$ admet la tangente T au point $A(2; 3)$ et que $f'(2) = -1$.
Reproduire la figure et construire la tangente T

Exercice 10:

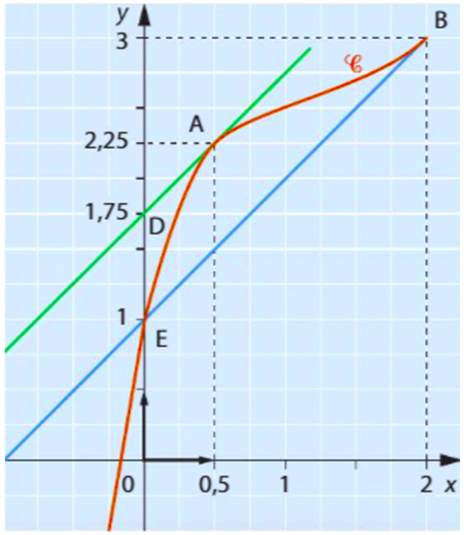
La figure donne la courbe représentative $\mathcal{C}$ d'une fonction f définie et dérivable on $[0; 6]$ in the plan muni d'un orthonormé repère.

On précise qu'au point $E(1; 3)$ la tangente à la courbe $\mathcal{C}$ est la droite (AE), A étant le point de coordonnées $(0; 4)$. Au point $D(3,5; 1,5)$, la tangente à la courbe $\mathcal{C}$ est la droite (BD), B étant le point de coordonnées $(0; 2,5)$.
Déterminer les coefficients directeurs des tangentes (AE) et (BD). En déduire les nombres dérivés $f'(1)$ et $f'(3,5)$

Exercice 11:

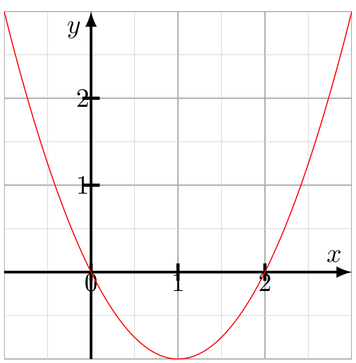
On munit le plan d'un repère orthonormé. Soit f la fonction définie sur $[-0,25;2]$ dont on donne la courbe représentative $\mathcal{C}$ sur la figure.

1. A l'aide des données de la figure, déterminer le coefficient directeur de chacune des droites (AD) et (EB)
2. Vérifier que les deux droites sont parallèles
3. On admet que la droite (AD) est tangente à la courbe $\mathcal{C}$ au point A et que la droite (EB) est tangente à la courbe $\mathcal{C}$ au point B. En déduire $f'(0,5)$ et $f'(2)$

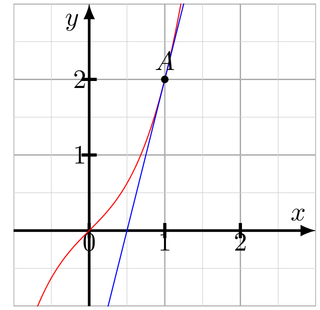


Exercice 12:
Le plan est muni d'un repère orthonormé. Soit f la fonction définie sur $[-1;3]$ dont on donne la courbe représentative $\mathcal{P}$ sur la figure. Reproduire soigneusement cette figure sur votre feuille.

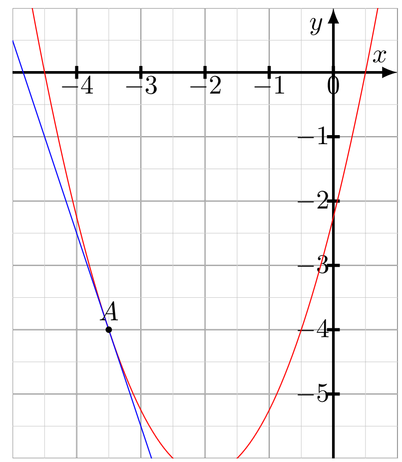
1. On admet que la courbe $\mathcal{P}$ admet la tangente T_1 au point $O(0;0)$ et que $f'(0) = -2$. Construire la tangente T_1.
2. On admet que la courbe $\mathcal{P}$ admet la tangente T_2 au point $S(1;-1)$ et que $f'(1) = 0$. Construire la tangente T_2.
3. On admet que la courbe $\mathcal{P}$ admet la tangente T_3 au point $A(2;0)$ et que $f'(2) = 2$. Construire la tangente T_3.



Exercice 13:
Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ dont la représentation graphique figure ci-dessous ainsi que la tangente au point A d'abscisse 1. Lire $f'(1)$.



Exercice 14:
Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ dont la représentation graphique figure ci-dessous ainsi que la tangente au point A d'abscisse -3.5. Lire $g'(-3.5)$.



1.3 Algorithmes et Python

Exercice 15:
f est une fonction définie sur $\mathbb{R}$ et dérivable en un nombre réel a. La droite $\mathcal{T}$ est la tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse a.

1. Proposer un algorithme qui, à partir des coordonnées de deux points distincts de la droite $\mathcal{T}$, détermine le nombre dérivé de f en a.
2. Programmer cet algorithme à l'aide d'une fonction en Python.

Exercice 16:
Emma écrit en Python la fonction suivante :

```
def nombre_derive(g,a,n):
    taux_variation=[]
    for k in range(1,n+1):
        h=10**(-k)
        t=(g(a+h)-g(a))/h
        taux_variation.append(t)
    return taux_variation
```

1. Que renvoie cette fonction ?

2. Emma rajoute en Python la fonction notée f:

```
def f(x):
    return x**2+3*x-6
```

   En appelant dans la console `nombre_derive(f,2,5)`, Emma obtient l'affichage ci-dessous. Que peut-on conjecturer ?

```
[7.10000000000000085, 7.00999999999998275,
7.00099999999998925, 7.00010000000027487,
7.00001000000091094]
```

3. Déterminer le nombre dérivée de $f : x \mapsto x^2 + 3x - 6$ au point d'abscisse 2. Confirmer ou infirmer la conjecture du (b).