Chapitre 3 : Equations différentielles

Axel Carpentier

Terminale technologique :

Sciences et technologies de l'industrie et du développement durable (STI2D)

Table des matières

Résolution de l'équation différentielle $y' = ay$

Définition:

L'équation (E_0) : $y' = ay$ est appelée équation différentielle linéaire homogène du premier ordre à coefficients constants.

Exemple:

$y' = 5y$ et $2y' + 9y = 0$ sont de telles équations.

Résolution de l'équation différentielle $y' = ay$

Théorème:

- Les solutions de (E_0) : $y' = ay$ sont données par les fonctions $y : x \mapsto Ce^{ax}$ où $C \in \mathbb{R}$.
- Soit $x_0, y_0 \in \mathbb{R}$, il existe une unique solution y de (E_0) sachant que $y(x_0) = y_0$.

Remarque

Le deuxième point définit une condition initiale. Sans cette condition initiale, il n'y pas unicité de la solution.

Résolution de l'équation différentielle $y' = ay$

Exercice:

On considère l'équation différentielle $2y' + 9y = 0$.

1. Déterminer la forme générale des solutions.
2. Déterminer l'unique solution telle que $y(2) = 1$.

Résolution de l'équation différentielle $y' = ay + b$

Définition:

L'équation (E) : $y' = ay + b$ est appelée équation différentielle linéaire du premier ordre à coefficients constants avec second membre.

Résolution de l'équation différentielle $y' = ay + b$

Propriété:

Les solutions de (E) sont les fonctions $x \mapsto Ce^{ax} - \dfrac{b}{a}$.

Exercice:

On considère l'équation différentielle $2y' + 3y = 2$.

1. Déterminer la forme générale des solutions.
2. Déterminer l'unique solution telle que $y(2) = -\dfrac{1}{3}$

Exercice bilan

On considère l'équation différentielle $y' = -\frac{1}{90}y + \frac{7}{30}$.

1. Déterminer la forme générale des solutions.
2. Déterminer l'unique solution f telle que $f(0) = 7$.