Chapitre 0 : Calcul numérique et algébrique

Table des matières

Contenu

- Calcul de fractions.
- Calcul de puissances.
- Factoriser et développer une expression algébrique.
- Résoudre une équation de degré 1.

1 Calcul numérique

Méthode: *Calcul de fractions*

- Additionner deux fractions, c'est d'abord les mettre au même dénominateur.
- Multiplier deux fractions, c'est multiplier les numérateurs entres eux et les dénominateurs entres eux.
- Diviser deux fractions, c'est multiplier la première fraction par l'inverse de l'autre.

Exercice :
Calculer les fractions suivantes :

- $\dfrac{2}{3} + \dfrac{5}{4}$
- $\dfrac{2}{3} \times \dfrac{5}{4}$
- $\dfrac{\frac{2}{3}}{\frac{5}{4}}$

Méthode: *Calcul de puissances*
Soit a,b deux réels quelconques et n,m deux entiers relatifs.

- $a^n \times a^m = a^{n+m}$
- $a^n \times b^n = (a \times b)^n$
- $\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$
- $(a^m)^n = a^{m\times n}$

Exemple:

- $(-2)^4 \times (-2)^3 = (-2)^{4+3} = (-2)^7$
- $\frac{6^1}{6^{-3}} = 6^{1-(-3)} = 6^4$
- $(10^2)^3 = 10^6$

Méthode: *Calculs de racines carrées*
Soit a,b deux réels positifs.

- $\sqrt{a}\sqrt{b} = \sqrt{ab}$
- $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

Exemple:

- $\sqrt{2}\sqrt{3} = \sqrt{6}$
- $\sqrt{\frac{36}{25}} = \frac{\sqrt{36}}{\sqrt{25}} = \frac{6}{5}$

2 Calcul algébrique

2.1 Formules de distributivité

Méthode:
Soient a,b,c,d et k des réels quelconques, on a la formules suivantes :

- Simple distributivité : $k(a+b) = ka + kb$
- Double distributivité : $(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$

Exercice:
Exprimer les expressions suivantes sous forme développée.

- $5(x-2)$
- $x(x+1)$
- $(x-1)(x-2)$
- $(x^2+x)(x+1)$

2.2 Identités remarquables

Méthode:
Soient a,b deux réels quelconques, on a les formules suivantes:

- $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

Exercice:
En utilisant les identités remarquables, développer ou factoriser les expressions suivantes:

- $(x-2)^2$
- $x^2 - 36$
- $(x+3)^2$

2.3 Techniques de factorisation

Méthode:
On peut factoriser de deux manières différentes :

- En repérant un facteur commun.
  Exemple : $(3-x)(5x+4) - 2(3-x)(2x+1) = (3-x)((5x+4) - 2(2x+1)) = (3-x)(x+2)$
- En reconnaissant une identité remarquable.
  Exemple : $36x^2 - 100 = (6x)^2 - 10^2 = (6x+10)(6x-10)$

3 Equations

3.1 Equations du 1er degré

Méthode:
Pour résoudre une équation, on ”rassemble” les termes de même degré ensemble du même côté de l’égalité.
”Les x avec les x, les nombres avec les nombres”.

Exercice:
Résoudre l'équation $3x + 5 = 5x - 7$.

3.2 Résoudre une équation en se ramenant au 1er degré

Méthode:

- Un produit de nombres réels est nul si et seulement si l'un des facteurs est nul. Pour tout réel x,
$A(x)B(x) = 0 \Longleftrightarrow A(x) = 0$ ou $B(x) = 0$
- Un quotient est nul si et seulement si son numérateur est nul et son dénominateur non nul. Pour tout réel x,
$\frac{A(x)}{B(x)} = 0 \Longleftrightarrow A(x) = 0$ et $B(x) \neq 0$

! Remarque

Les valeurs qui annulent le dénominateur sont appelées "valeurs interdites"

Exercice:
Résoudre les équations suivantes en précisant les éventuelles valeurs interdites.

- $(2x - 5)(6x + 1) = 0$
- $\dfrac{4x - 3}{x + 1}$

4 Exercice bilan

1. Simplifier $\dfrac{1}{2} + \dfrac{3}{4} \times \dfrac{5}{2}$.
2. Simplifier $\dfrac{5^2 \times 5^{35}}{5^{27}}$.
3. Développer $(x - 6)(x + 3)$.
4. Résoudre $\dfrac{(2x - 3)(3x - 4)}{x - 1}$.