Chapitre 7 : Fonction inverse

Axel Carpentier

Terminale technologique :

Tronc commun

Table des matières

Définition et propriétés

Définition:

La fonction inverse est la fonction : $x \mapsto \dfrac{1}{x}$ définie sur $\mathbb{R}^* =]-\infty;0[\cup]0;+\infty[$.

Définition et propriétés

Afin d'étudier les variations de la fonction inverse, on cherche à savoir si elle est dérivable dans le but d'étudier le signe de la dérivée.
Soit $a \in \mathbb{R}^*$ et f la fonction inverse. On a :

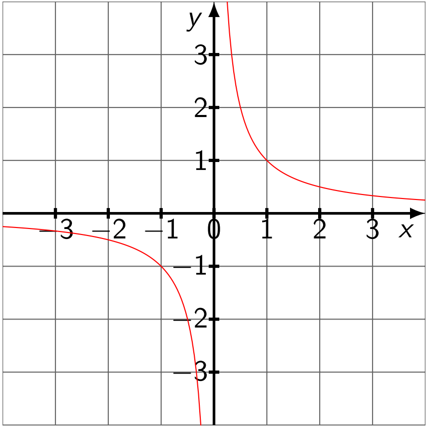
$$\begin{aligned} f(a+h) - f(a) &= \frac{1}{a+h} - \frac{1}{a} = \frac{a-(a+h)}{a(a+h)} \\ \Longrightarrow \frac{f(a+h)-f(a)}{h} &= -\frac{1}{a(a+h)} \underset{h\to 0}{\longrightarrow} -\frac{1}{a^2} \end{aligned} \tag{1}$$

Propriété:

Pour tout $x \in \mathbb{R}^*$ et $f(x) = \frac{1}{x}$, on a $f'(x) = -\frac{1}{x^2}$.

Définition et propriétés

On se rend ainsi compte que sur $]-\infty;0[$ et sur $]0;+\infty[$, $f'(x) = -\dfrac{1}{x^2} < 0$ donc la fonction inverse f est décroissante sur ces deux intervalles, sa représentation graphique ci-dessous est une hyperbole.



Exercice bilan

Soit $f(x) = -9x + 7 - \dfrac{4}{x}$ définie sur $\mathbb{R}^*$.

1. Calculer $f(5)$.
2. Montrer que $f'(x) = \dfrac{(2-3x)(2+3x)}{x^2}$.
3. Etablir le tableau de signe de $f'(x)$ puis le tableau de variation de f.