

# Chapitre 8 : Statistiques

Axel Carpentier

Terminale technologique :

Tronc commun

1. Statistiques à deux variables

2. Exercice bilan

# Statistiques à deux variables

Pour étudier une population selon deux caractères quantitatifs, on considère une série statistique à deux variables  $x$  et  $y$  composée de  $n$  observations  $(x_1; y_1)$ ,  $(x_2; y_2)$ , ...,  $(x_n; y_n)$ , chaque  $x_i$  correspondant au caractère  $x$  et chaque  $y_i$  correspondant au caractère  $y$ .

## Exemple:

On interroge 8 personnes en leur demandant chacune leur taille et leur poids. On a donc une série statistique  $x$  relative à la taille et une série statistique  $y$  relative au poids.

<b>Personne</b>	<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>D</b>	<b>E</b>	<b>F</b>	<b>G</b>	<b>H</b>
<b>Taille</b>	165	167	169	171	173	174	175	178
<b>Poids</b>	68	73	71	72	70	75	82	85

## Définition:

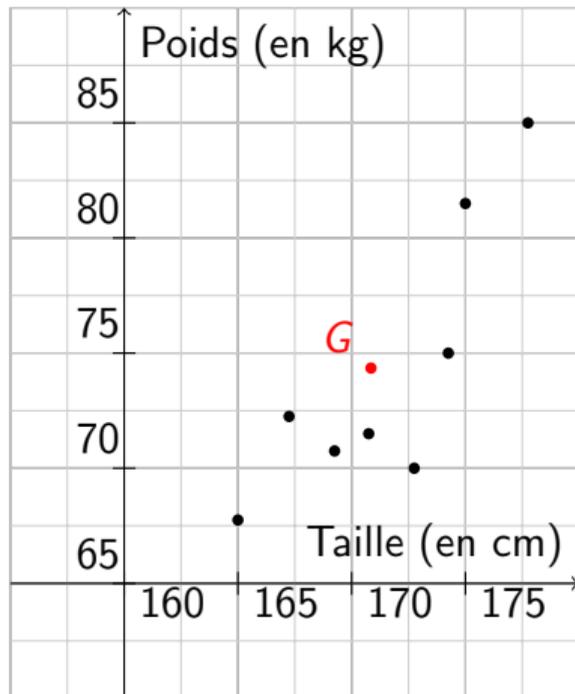
A une série statistique on associe :

- Un nuage de points, qui est l'ensemble des  $n$  points  $M_i(x_i; y_i)$  dans un repère du plan.
- Un point moyen dans le même repère :  $G(\bar{x}; \bar{y})$  où  $\bar{x}$  et  $\bar{y}$  sont respectivement les moyennes des séries  $x$  et  $y$ .

# Statistiques à deux variables

## Exemple:

En reprenant l'exemple précédent on a donc le nuage de point suivant :



En calculant les moyennes des séries statistiques taille ( $x$ ) et poids ( $y$ ), on obtient respectivement  $\bar{x} = 171,5$  et  $\bar{y} = 74,5$ .

On a donc le point moyen  $G(171,5; 74,5)$ .

## **Définition:**

Le principe de l'ajustement est de chercher un lien éventuel et simple entre  $x$  et  $y$ . Dans le cadre d'un ajustement affine, on cherche à lier  $x$  et  $y$  par une relation de la forme  $y = ax + b$ . On obtient alors une droite d'ajustement censée représenter le nuage de points.

## Méthode:

Il y a plusieurs méthodes pour tracer la droite d'ajustement :

- "Au jugé", c'est-à-dire de la faire passer "au milieu" du nuage de points.
- En utilisant deux points données, appartenant ou non au nuage de points ou dont l'un des deux et le point  $G$ .
- A partir de l'équation de la droite d'ajustement, si elle est donnée.
- Si le coefficient directeur ou l'ordonnée à l'origine est donné et la droite d'ajustement passe par  $G$  ou un point du nuage.
- Par la méthode des moindres carrés via la calculatrice.

## Remarque

Si les points ne sont pas à peu près alignés, un ajustement affine n'a pas d'intérêt. Cependant, on peut faire un changement de variable (c'est-à-dire transformer les valeurs de  $x$  ou  $y$ ) pour obtenir un nuage de points à peu près alignés.

## Exemple:

En reprenant l'exemple précédent on a donc diverses méthodes pour obtenir l'ajustement affine de cette série statistique.

- **Méthode 1:** On suppose que la droite passe deux points  $G$  et  $A(159; 60, 5)$ .  
On a alors son coefficient directeur  $m = \frac{y_G - y_A}{x_G - x_A} = 1,12$ .  
On a son ordonnée à l'origine donné par  $y_G = 1,12x_G + b \iff b = -117,58$ .
- **Méthode 2:** On suppose que la droite passe par  $G$  en connaissant son ordonnée à l'origine.  
On a  $y_G = ax_G - 117,58 \iff a \simeq 1,12$ .
- **Méthode 3:** On suppose que la droite passe par  $G$  en connaissant son coefficient directeur.  
On a  $y_G = 1,12x_G + b \iff b \simeq -117,58$ .
- **Méthode 4:** Méthode des moindres carrés.  
A la calculatrice, on a  $a \simeq 1,1212$  et  $b \simeq -117,7878$ .

# Statistiques à deux variables

## Remarque

Les réels  $a$  et  $b$  sont donnés par la calculatrice.

## T.I.

- Touche **STAT**
- Menu **CALC**
- Item **LinReg**
- LinReg  $L_1, L_2$

## Casio

- Menu **STAT**
- Item **CALC**
- Régler les paramètres avec **set**
- Item **REG**
- Choisir **X**

## Remarque

L'objectif d'un ajustement est de faire une estimation à partir de la relation trouvée entre  $x$  et  $y$ .

## Exercice bilan

Le tableau suivant donne l'évolution des ventes de miel, en kg, dans une région pendant cinq années consécutives.

<b>Rang de l'année : <math>x_i</math></b>	1	2	3	4	5
<b>Masse des ventes : <math>y_i</math></b>	1 671	1 772	1 394	1 621	1 321

1. On considère le nuage de points  $M_i(x_i; y_i)$  dans un repère orthogonal. Déterminer les coordonnées  $(\bar{x}; \bar{y})$  du point moyen de ce nuage.
2. On ajuste le nuage de points précédent par la droite  $\Delta$  d'équation  $y = -87,5x + p$ . Déterminer  $p$  pour que la droite  $\Delta$  passe par le point  $G$ .
3. A l'aide de l'équation obtenue précédemment, estimer la masse des ventes l'année de rang 9. Arrondir à l'unité.
4. En utilisant la méthode des moindres carrés, déterminer la droite d'ajustement de cette série statistique.