Chapitre 8 : Probabilités conditionnelles

Table des matières

Contenu

- Probabilité conditionnelle ; notation $P_A(B)$.

Plus tôt dans l'année, on a vu la notion de fréquence conditionnelle dans le chapitre sur les proportions. Mais quel rapport avec ce nouveau concept de probabilité conditionnelle ? Les deux notions reposent sur le même principe fondamental mais avec deux formalismes différents.

1 Rappels

Définition:
On appelle expérience aléatoire une expérience dont le résultat est dû au hasard.
Une issue x_i est un résultat possible de l'expérience aléatoire.
On note $\Omega = \{x_1; x_2; x_3; ...\}$ l'ensemble des issues possibles, appelé l'univers.
Un évènement est composé d'une ou plusieurs issues (entre accolade). S'il n'y a qu'une issue, on dit qu'il est élémentaire.

Exemple:

- On lance un dé numéroté de 1 à 6. On a $\Omega = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$. L'évènement "obtenir un 5" est élémentaire mais l'évènement "obtenir un nombre pair" ne l'est pas.
- On tire une carte dans un jeu de 32 cartes. On a $\Omega = \{7 \text{ coeur}, 7 \text{ carreau}, ..., \text{as pique}, \text{as trefle}\}$. L'évènement "tirer le 7 de coeur" est élémentaire mais l'évènement "tirer un pique" ne l'est pas.

2 Probabilité conditionnelle

Définition:
Soit Ω l'univers d'une expérience aléatoire. On considère un évènement B dans Ω de probabilité non nulle $\mathbb{P}(B) \neq 0$.
Pour tout évènement A, on appelle probabilité de A sachant B, noté $\mathbb{P}_B(A)$ (ou $\mathbb{P}(A|B)$) la quantité :
$\mathbb{P}_B(A) = \frac{\mathbb{P}(A\cap B)}{\mathbb{P}(B)} = \frac{\text{Nombre de cas pour A}\cap B}{\text{Nombre de cas pour A}}$

Le vocabulaire et les notations sont différentes mais la méthode de travail est strictement la même que celle effectuée dans le chapitre sur les proportions.

! Remarque

La différence avec le chapitre sur les proportions est qu'on ne va pas exprimer le résulat sous forme de pourcentage mais le laisser sous forme de réel dans $[0, 1]$

Propriété:
Dans certain cas on peut être amené à connaître la probabilité conditionnelle. On a alors :

$$\mathbb{P}(A \cap B) = \mathbb{P}(B)\mathbb{P}_B(A) = \mathbb{P}(A)\mathbb{P}_A(B)$$

! ATTENTION

Les quantités $\mathbb{P}_B(A)$ et $\mathbb{P}_A(B)$ n'ont AUCUNES raisons d'être égales

3 Exercice bilan

On interroge des personnes dans la rue, la réponse est ou bien "oui" ou bien "non". On note les résultats obtenus dans le tableau ci-dessous.

	Oui	**Non**	**Total**
Homme	57	84	141
Femme	25	16	41
Total	82	100	182

On définit les événements :

- O : "La personne interrogée a dit oui"
- F : "La personne interrogée est une femme".

1. Expliciter par une phrase l'événement $\bar{O}$ puis calculer sa probabilité.
2. Expliciter par une phrase l'événement $\bar{O} \cap F$ puis calculer sa probabilité.
3. En déduire la probabilité de F sachant $\bar{O}$.
4. Expliciter par une phrase l'événement $\bar{F} \cup O$ puis calculer sa probabilité.
5. Calculer $\mathbb{P}_{\bar{F}}(O)$.