

Chapitre 4 : Suites numériques

Axel Carpentier

Première technologique :

Tronc commun

Table des matières

1. Définitions et modélisations
2. Représentation graphique
3. Exercice bilan

Définition:

On appelle suite numérique, noté $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$, une suite de nombres

$(u_n) = (u_0, u_1, u_2, \dots, u_n, \dots)$

u_0 est le terme initial de la suite et u_n est le terme général de rang n de la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$.

Remarque importante

Il est important de faire la distinction entre le terme général u_n (le n° nombre) et la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ (ensemble des nombres)

Exemple:

On peut définir les suites suivantes:

- $(A_n)_{n \in \mathbb{N}} = (4, 8, 12, \dots)$
- $(B_n)_{n \in \mathbb{N}} = (0, 1, 1, \dots)$
- $(C_n)_{n \in \mathbb{N}} = (\sqrt{2}, \frac{7}{3}, \pi, \dots)$

Exercice:

Déterminer les valeurs de B_0 ; A_1 ; C_2 .

Définition:

Il existe deux manières de générer une suite :

- Par une formule explicite $u_n = f(n)$; Exemple : $u_n = 1 + 2^n$ où $f(x) = 1 + 2^x$.
- Par une formule de récurrence $u_{n+1} = f(u_n)$; Exemple : $u_{n+1} = 5u_n - 2$ où $f(x) = 5x - 2$.

Remarque

- Si on a une formule explicite, on calcule le n° terme en remplaçant dans la fonction comme on sait le faire.
- Si on a une formule de récurrence, il faut d'abord calculer tous les termes précédents et il faut impérativement connaître le terme initial.

Dans tous les cas, à chaque suite on peut associer une fonction.

Définitions et modélisations

Exercice:

Soient les suites $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ et $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ de terme général $u_n = 1 - 3n$ et $v_{n+1} = 1 - 3v_n$ avec $v_0 = 1$. Calculer le 3-ième terme de ces suites.

Exercice:

Pour chaque situation décrite ci-dessous, écrire la formule de récurrence ou explicite de la suite associée:

- Chaque année, l'argent de poche de Théo augmente de 5 €. On note a_n son argent de poche au bout de n années.
- Un dentiste offre une réduction pour la pose d'une couronne dentaire. Cette réduction, notée r_n , est égale à 20 % de l'âge n de la personne.
- Une population de bactéries triple à chaque heure. On note p_n cette population au bout de n heures.

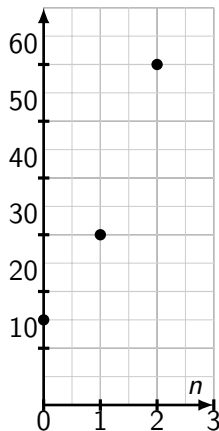
Définition:

La représentation graphique d'une suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ se fait à partir de la fonction f associée. C'est la nuage de point de coordonnées (n, u_n) , pour tout entier n .

Représentation graphique

Exercice:

Déterminer les trois premiers termes de la suite à partir du graphique ci-dessous puis placer les 3 premiers termes des suites de terme général suivant : $u_n = 5n + 10$ et $v_{n+1} = 5v_n + 10$ avec $v_0 = 0$.



Remarque TRES importante

La représentation d'une suite est un nuage de points donc on ne relie jamais les points entre eux !

Définition:

On dit qu'une suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est.....:

- ... croissante si $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} \geq u_n$
- ... décroissante si $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} \leq u_n$

Soient (u_n) et (v_n) deux suites définies respectivement par $u_n = \frac{3n+1}{3n-1}$ et $v_{n+1} = v_n + (v_n - 4)^2$ avec $v_0 = 1$.

1. Calculer u_3 puis v_3 .
2. Déterminer le sens de variation de (v_n) .
3. Placer les trois premiers termes de chaque suite dans un repère.