

Chapitre 8 : Probabilités conditionnelles

Axel Carpentier

Première technologique :

Tronc commun

Table des matières

1. Rappels
2. Probabilité conditionnelle
3. Exercice bilan

Définition:

- On appelle expérience aléatoire une expérience dont le résultat est dû au hasard.
- Une issue x_i est un résultat possible de l'expérience aléatoire.
- On note $\Omega = \{x_1; x_2; x_3; \dots\}$ l'ensemble des issues possibles, appelé l'univers.
- Un évènement est un sous ensemble de Ω composé d'une ou plusieurs issues (entre accolade). S'il n'y a qu'une issue, on dit qu'il est élémentaire.

Exemple:

- On lance un dé numéroté de 1 à 6. On a $\Omega = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$. L'évènement "obtenir un 5" est élémentaire mais l'évènement "obtenir un nombre pair" ne l'est pas.
- On tire une carte dans un jeu de 32 cartes. On a $\Omega = \{7 \text{ coeur}, 7 \text{ carreau}, \dots, \text{As pique}, \text{As trefle}\}$. Soit les événements :
 - A : "tirer le 7 de coeur"
 - B : "Tirer un pique"

On a $A = \{7 \text{ coeur}\}$ qui est élémentaire et $B = \{7 \text{ pique}, 8 \text{ pique}, \dots, \text{As pique}\}$ ne l'est pas.

Définition:

Soit Ω l'univers d'une expérience aléatoire. On considère un évènement B dans Ω de probabilité non nulle $\mathbb{P}(B) \neq 0$.

Pour tout évènement A , on appelle probabilité de A sachant B , noté $\mathbb{P}_B(A)$ (ou $\mathbb{P}(A|B)$) la quantité :

$$\mathbb{P}_B(A) = \frac{\mathbb{P}(A \cap B)}{\mathbb{P}(B)} = \frac{\text{Nombre de cas pour } A \cap B}{\text{Nombre de cas pour } A}$$

D'après la définition précédente, on a que pour deux événements A et B :

$$\mathbb{P}_B(A) = \frac{\mathbb{P}(A \cap B)}{\mathbb{P}(B)} \quad \text{et} \quad \mathbb{P}_A(B) = \frac{\mathbb{P}(A \cap B)}{\mathbb{P}(A)}$$

On en déduit donc la propriété suivante :

Propriété:

Dans certain cas on peut être amené à connaître la probabilité conditionnelle.

On a alors $\mathbb{P}(A \cap B) = \mathbb{P}(B) \times \mathbb{P}_B(A) = \mathbb{P}(A) \times \mathbb{P}_A(B)$

ATTENTION

Les quantités $\mathbb{P}_B(A)$ et $\mathbb{P}_A(B)$ n'ont aucune raisons d'être égales

Exercice bilan

On interroge des personnes dans la rue, la réponse est ou bien "oui" ou bien "non". On note les résultats obtenus dans le tableau ci-dessous.

	Oui	Non	Total
Homme	57	84	141
Femme	25	16	41
Total	82	100	182

On définit les événements :

- O : "La personne interrogée a dit oui"
- F : "La personne interrogée est une femme".

1. Expliciter par une phrase l'événement $\bar{O}$ puis calculer sa probabilité.
2. Expliciter par une phrase l'événement $\bar{O} \cap F$ puis calculer sa probabilité.
3. En déduire la probabilité de F sachant $\bar{O}$.
4. Expliciter par une phrase l'événement $\bar{F} \cup O$ puis calculer sa probabilité.
5. Calculer $\mathbb{P}_{\bar{F}}(O)$.