

Formulaire variables aléatoires - Lois usuelles

Pour une variable aléatoire X donnée, G_X représente la fonction génératrice et ϕ_X la fonction caractéristique.

Variables aléatoires discrètes

Loi de Bernoulli

Soit $p \in [0; 1]$ et $X \sim \mathcal{B}(p)$.

Support	Probabilité $\mathbb{P}(X = k)$	$\mathbb{E}(X)$	$\mathbb{V}(X)$	$G_X(t)$	$\phi_X(t)$
$\{0; 1\}$	$\begin{cases} q & \text{si } k = 0 \\ p & \text{si } k = 1 \end{cases}$	p	pq	$q + pt$	$q + pe^{it}$

Loi binomiale

Soit $p \in [0; 1]$, $n \in \mathbb{N}$ et $X \sim \mathcal{B}(n, p)$.

Support	Probabilité $\mathbb{P}(X = k)$	$\mathbb{E}(X)$	$\mathbb{V}(X)$	$G_X(t)$	$\phi_X(t)$
$[0, n]$	$\binom{n}{k} p^k q^{n-k}$	np	npq	$(q + pt)^n$	$(q + pe^{it})^n$

Loi géométrique

Soit $p \in [0; 1]$ et $X \sim \mathcal{G}(p)$.

Support	Probabilité $\mathbb{P}(X = k)$	$\mathbb{E}(X)$	$\mathbb{V}(X)$	$G_X(t)$	$\phi_X(t)$
$\mathbb{N}^*$	$q^{k-1}p$	$\frac{1}{p}$	$\frac{q}{p^2}$	$\frac{pt}{1 - qt}$	$\frac{pe^{it}}{1 - qe^{it}}$

Loi de Poisson

Soit $\lambda \in \mathbb{R}_+^*$ et $X \sim \mathcal{P}(\lambda)$.

Support	Probabilité $\mathbb{P}(X = k)$	$\mathbb{E}(X)$	$\mathbb{V}(X)$	$G_X(t)$	$\phi_X(t)$
$\mathbb{N}$	$\frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!}$	λ	λ	$e^{\lambda(t-1)}$	$e^{\lambda(e^{it}-1)}$

Variables aléatoires continues**Loi uniforme**

Soit $a, b \in \mathbb{R}$ et $X \sim \mathcal{U}(a, b)$.

Support	Probabilité $f_X(x)$	$\mathbb{E}(X)$	$\mathbb{V}(X)$	$G_X(t)$	$\phi_X(t)$
$[a, b]$	$\frac{1}{b-a} \mathbb{1}_{[a,b]}$	$\frac{a+b}{2}$	$\frac{(b-a)^2}{12}$	$\frac{e^{tb} - e^{ta}}{t(b-a)}$	$\frac{e^{itb} - e^{ita}}{it(b-a)}$

Loi exponentielle

Soit $\lambda \in \mathbb{R}_+^*$ et $X \sim \mathcal{E}(\lambda)$.

Support	Probabilité $f_X(x)$	$\mathbb{E}(X)$	$\mathbb{V}(X)$	$G_X(t)$	$\phi_X(t)$
$\mathbb{R}_+^*$	$\lambda e^{-\lambda x} \mathbb{1}_{x>0}$	$\frac{1}{\lambda}$	$\frac{1}{\lambda^2}$	$\frac{\lambda}{\lambda - t}$	$\frac{\lambda}{\lambda - it}$

Loi normale

Soit $\mu \in \mathbb{R}$, $\sigma^2 \in \mathbb{R}_+$ et $X \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$. Si $\mu = 0$ et $\sigma^2 = 1$, on dira que la loi normale est centrée réduite.

Support	Probabilité $\mathbb{P}(X = k)$	$\mathbb{E}(X)$	$\mathbb{V}(X)$	$G_X(t)$	$\phi_X(t)$
$\mathbb{R}$	$\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$	μ	σ^2	$e^{(\mu t + \frac{\sigma^2 t^2}{2})}$	$e^{(\mu it - \frac{\sigma^2 t^2}{2})}$