1 Fonctions exponentielles

1.1 Compétences Attendues

- Connaître et utiliser le sens de variation des fonctions de la forme $x \mapsto kax$, selon le signe de k et les valeurs de a.
- Connaître les propriétés algébriques des fonctions exponentielles et les utiliser pour transformer des écritures numériques ou littérales.
- Calculer le taux d'évolution moyen équivalent à des évolutions successives.

1.2 Exercices

Exercice 1:
Déterminer la valeur approchée arrondie à 10^{-2} des nombres suivants :

1. $a = (0,9)^{1,5}$
2. $b = (1,035)^{10}$
3. $c = 2 \times (0,92)^{12}$
4. $d = 100(0,9875)^{125}$
5. $e = (1,30)^{\frac{1}{3}} - 1$
6. $f = -2(0,93)^{11}$
7. $g = 302(1,22)^{25}$
8. $h = 100((1,05)^{\frac{1}{12}} - 1)$

Exercice 2:
Pour chacune des fonctions suivantes, déterminer le sens de variation. Rappeler chaque fois le résultat du cours utilisé.

1. $f : x \mapsto 0,85^x$
2. $g : t \mapsto 1,03^t$
3. $h : t \mapsto 4 \times 0,9^t$
4. $i : x \mapsto -0,005 \times 2,2^x$

Exercice 3:
Pour chacune des fonctions suivantes, déterminer le sens de variation. Rappeler chaque fois le résultat du cours utilisé.

1. $f : x \mapsto 0,95^x$
2. $g : t \mapsto 1,025^t$
3. $h : t \mapsto -3 \times 0,8^t$
4. $i : x \mapsto -0,5 \times 1,3^x$
5. $j : t \mapsto 0,01 \times 0,75^t$
6. $k : x \mapsto 5 \times 1,035^x$

Exercice 4:
Une note de musique est émise en pinçant une corde d'une guitare électrique. La puissance du son émis, initialement de 100 watts, diminue avec le temps t, mesuré en seconde.
On modélise par $f(t) = 100 \times 0,887^t$ la puissance du son émis, t secondes après le pincement de la corde.

1. Donner les valeurs de $f(1)$ et $f(2)$ arrondies au dixième.
2. Donner, en justifiant, le sens de variation de la fonction f sur l'intervalle $[0; 5]$.
3. On s'intéresse à l'instant T_1 à partir duquel la puissance du son émis après le pincement de la corde devient inférieure à 80 watts, c'est-à-dire à 80% de sa valeur.
   (a) Déduire des questions précédentes un encadrement de T_1.
   (b) Déterminer de même un encadrement d'amplitude 10^{-1} de T_1.
   (c) Déterminer de même un encadrement d'amplitude 10^{-2} de T_1.
4. On s'intéresse à l'instant T_2 à partir duquel la puissance du son émis après le pincement de la corde devient inférieur à 80% de 80 watts, c'est-à-dire à 64 watts.
   (a) Calculer $f(3)$ et $f(4)$ arrondies au dixième. En déduire un encadrement de T_2
   (b) Déterminer de même un encadrement d'amplitude 10^{-2} de T_2.

Exercice 5:
Déterminer la valeur approchée arrondie à 10^{-2} de x.

1. $x = (1,0225)^{\frac{1}{2}}$
2. $x = (4)^{\frac{1}{3}}$
3. $x = (2,25)^{\frac{1}{6}}$
4. $x = (3,5)^{\frac{1}{12}}$
5. $x = (0,70)^{\frac{1}{6}}$
6. $x = (0,5)^{\frac{1}{12}}$

Exercice 6:
Pour chacun des cas suivants :

- Déterminer le coefficient multiplicateur de chacune des deux évolutions ;
- Calculer le coefficient multiplicateur global ;
- En déduire le taux d'évolution moyen sous forme décimal puis sous forme de pourcentage. Arrondir à 10^{-4}.

1. Une hausse de 15% suivie d'une baisse de 10%.
2. Une baisse de 20% suivie d'une hausse de 15%.
3. Une hausse de 2,4% suivie d'une baisse de 0,3%.
4. Une baisse de 10% suivie d'une baisse de 20%.

Exercice 7:
Le tableau suivant donne le taux d'évolution en pourcentage du nombre d'inscrits dans un club sportif pendant trois années consécutives.

Rang de l'année	1	2	3
Taux d'évolution en pourcentage	+10%	+20%	+25%

1. Démontrer que le taux d'évolution global pour les trois années est égal à $+65\%$.
2. (a) Déterminer la valeur approchée arrondie à 10^{-4} du nombre $1,65^{\frac{1}{3}}$.

   (b) En déduire le taux d'évolution moyen annuel du nombre d'inscrits, sous forme de poucentage.

Exercice 8:
Fin 2016, une mutuelle comptait 506 000 sociétaires. L'évolution en pourcentage du nombre de sociétaires pour les trois années suivantes est donnée par le tableau suivant.

Année	2017	2018	2019
Taux d'évolution en pourcentage	$+10\%$	$+6\%$	$+5\%$

1. (a) Démontrer que le taux d'évolution global du nombre de sociétaires entre fin 2016 et fin 2019 est de $22,43\%$.

   (b) En déduire le nombre de sociétaires à la fin de 2019. Arrondir à l'unité par défaut.

   (c) Calculer le taux d'évolution annuel moyen pour chacune des trois années 2017, 2018 et 2019. Donner ce taux d'évolution sous forme de pourcentage arrondi à $0,01\%$.

Exercice 9:
Un magasin de téléphonie mobile a fait 400 000 euros de chiffre d'affaires pour l'année 2015. L'évolution du chiffre d'affaires pour les années suivantes est donnée dans le tableau suivant.

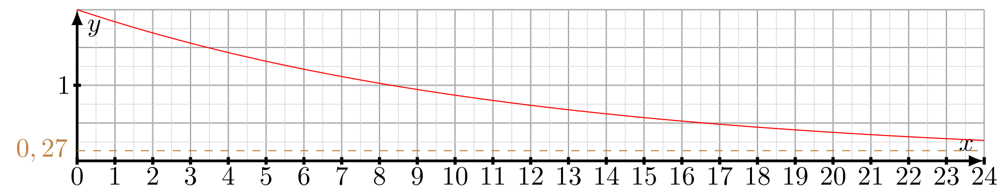
Année	2015	2016	2017	2018	2019
Taux d'évolution en pourcentage		$+6\%$	$+5\%$	$+10\%$	$+7\%$
Chiffres d'affaires	400 000				

1. Calculer, sous forme de pourcentage, le taux d'évolution global du chiffre d'affaires de fin 2015 à fin 2019.
2. Calculer le chiffre d'affaires pour 2019.
3. Calculer le taux d'évolution moyen annuel pour les années 2016 à 2019. Arrondir à $0,01\%$

Exercice 10:
Le responsable d'une usine s'engage à diminuer un certain type de rejets de 40% en cinq ans. LA première année, il est prévu de diminuer ces rejets de 15%, la deuxième années de les diminuer de 10% et la troisième année, de les diminuer de 5%.

1. Démontrer, qu'au bout des trois premières années, la baisse des rejets sera d'environ $27,33\%$.
2. Pour atteindre l'objectif prévu au bout de cinq ans, quel pourcentage annuel de baisse faut-il prévoir, en supposant que ce pourcentage est le même pour les deux dernières années ?

Exercice 11:
Le graphique ci-après fournit la courbe représentative d'une fonction f de la variable t définie sur $[0; 24]$.



On injecte à un malade une dose de 2 centimètres cubes d'un certain médicament M. La quantité de ce médicament présente dans le sang du malade pendant les 24 heures suivant l'injection est de $f(t)$ centimètres cubes.

1. A l'aide du graphique :

   (a) Déterminer combien de temps s'est écoule après l'injection lorsque la quantité présente dans le sang est la moitié de la dose injectée, qui était de deux centimètres cubes.

   (b) Donner une approximation, à l'unité près, sous forme de pourcentage, de la proportion de la dose injectée restant dans le sang au bout de 24 heures.

2. On admet dans cette question que pour tout $t \in [0; 24]$, $f(t) = 2(0,92)^t$.

   (a) Calculer $\dfrac{f(24)}{f(0)}$. Donner la valeur exacte du résultat puis sa valeur approchée arrondie à 10^{-3}. Interpréter le résultat obtenu dans le contexte de l'exercice.

   (b) Résoudre dans $[0; 24]$ l'équation $f(t) = \dfrac{1}{2}f(0)$. Donner la valeur exacte de la solution puis sa valeur approchée arrondie à 10^{-2}. Interpréter le résultat obtenu dans le contexte de l'exercice.