1 Probabilités

1.1 Exercices de cours

Exercice 1:
On considère deux événements A et B tels que $\mathbb{P}(A) = 0,6$, $\mathbb{P}(B) = 0,5$ et $\mathbb{P}(A \cap B) = 0,3$.
Calculer $\mathbb{P}(\overline{A})$ puis $\mathbb{P}(A \cup B)$.

Exercice 2:
On tire au hasard une pièce d'un échiquier. Soit C l'événement : "La pièce est une tour ou elle est blanche".
Exprimer $\overline{C}$ par une phrase.

Exercice 3:
Lenny répond au hasard à un QCM comportant cinq questions.
Quel est l'événement contraire de "Lenny a répondu juste à au moins deux questions" ?

Exercice 4:
Jean choisit au hasard un nombre pair entre 1 et 15.
Décrire l'univers de cette expérience aléatoire. Combien d'issues possède-t-elle ?

Exercice 5:
On considère deux événements A et B tels que $\mathbb{P}(A) = 0,6$, $\mathbb{P}(B) = 0,5$ et $\mathbb{P}(A \cap B) = 0,3$.
Calculer $\mathbb{P}(\overline{B})$ puis $\mathbb{P}(\overline{A \cup B})$.

Exercice 6:
Léa prend une carte au hasard dans un jeu de 52 cartes.

1. Déterminer la probabilité que la carte soit l'as de pique.
2. Déterminer la probabilité que la carte soit pique.
3. Déterminer la probabilité que la carte soit une figure.

Exercice 7:
On a étudié le moyen de transport utilisé par des élèves pour venir au lycée. On choisit au hasard un élève au lycée et on s'intéresse à son moyen de transport. Un sondage réalisé en début d'année a permis de définir la loi de probabilité ci-dessous. Déterminer la probabilité de l'événement l'élève est venu en transport motorisé.

Moyen de transport	Vélo	Marche	Bus	Tram	Voiture
Probabilité	0.05	0.55	0.15	0.2	0.05

1.2 Exercices d'entrainement

Exercice 8:
Une personne répond au hasard à un sondage. Deux questions sont posées et, pour chacune, on donne le choix entre favorable, opposé et sans opinion. De combien de façons la personne peut-elle répondre ? On pourra s'aider d'un arbre.

Exercice 9:
On tire une carte d'un jeu de 32 cartes. On définit:

- C: "La carte tirée est un coeur."
- F: "La carte tirée est une figure."

Décrire par une phrase et donner le nombre d'issues de chacun des événements suivants:

1. $C \cap F$
2. $C \cup F$
3. $\overline{C} \cap F$
4. $\overline{C \cup F}$

Exercice 10:
Deux épidémies sévissent en même temps dans un lycée : une grippe et un rhume. On choisit au hasard un élève et on s'intéresse aux événements suivants :

- G: "L'élève a la grippe."
- R: "L'élève a un rhume."

Décrire à l'aide des événements G et R:

1. "L'élève à la grippe et le rhume."
2. "L'élève a le rhume mais pas la grippe."
3. "L'élève a au moins une des deux maladies."
4. "L'élève n'a aucune des deux maladies."

Exercice 11:
Un magasin d'électroménager dispose de machines à laver, de sèche-linge et de grille-pain, fabriqués soit en Allemagne soit au Japon. Le tableau suivant indique le nombre d'objets produits dans chaque pays :

	Machine à laver	**Sèche-linge**	**Grille-pain**
Allemagne	230	70	40
Japon	50	300	240

Un client remporte un concours et gagne un produit tiré au sort dans le magasin.
On s'intéresse aux événements suivants :

- A: "Le produit tiré vient d'Allemagne."
- S: "Le produit tiré est un sèche-linge."
- J: "Le produit tiré vient du Japon."
- M: "Le produit tiré est une machine à laver."
- G: "Le produit tiré est un grille-pain."

1. Décrire par une phrase les événements suivants :
   (a) $\overline{M}$
   (b) $\overline{J} \cup G$
   (c) $\overline{J \cup G}$
2. Décrire à l'aide des événements A, J, M, G et S les événements suivants :
   (a) "Le produit tiré est une machine à laver produite en Allemagne."
   (b) "Le produit tiré est utilisé pour le linge."
   (c) "Le produit tiré n'est pas un sèche linge produit au Japon"

3. Donner la probabilité des événements suivants :

   (a) $M \cap J$ (b) A (c) $J \cup S$

1.3 Exercices bilans

Exercice 12:
Une urne contient trois boules numérotés 2, 3 et 4. On tire une boule, puis, sans la remettre, on en tire une deuxième. Le résultat de l'expérience aléatoire est le nombre formé par les deux chiffres obtenues. Par exemple, si on tire un 4 et un 2, le résultat de l'expérience est 42.

1. A l'aide d'un arbre, décrire toutes les issues de l'expérience aléatoire.
2. Déterminer la probabilité des événements suivants :
   - A: "La première boule tirée est un nombre pair."
   - B: "La deuxième boule tirée est un nombre impair."
   - C: "Le produit des nombres obtenus est un nombre pair."
3. Définir les événements $A \cap B$ et $A \cup B$ à l'aide d'une phrase puis calculer leur probabilité.
4. Soit D l'événements : "Au moins un des chiffres tirés est un nombre impair."
   Définir l'événement $\overline{D}$ à l'aide d'une phrase puis calculer sa probabilité. En déduire $\mathbb{P}(D)$.

Exercice 13:
Anna possède un dé tétraédrique (avec des faces numérotées de 1 à 4). Elle lance ce dé deux fois de suite.

1. Représenter la situation à l'aide d'un arbre.
2. Déterminer la probabilité que le dé ne tombe aucune fois sur 4.
3. Déterminer la probabilité que le dé tombe au moins une fois sur 4.
4. Déterminer la probabilité que le dé tombe exactement une fois sur 4.

Exercice 14:
On considère un établissement scolaire de 2 000 élèves, regroupant des collégiens et des lycéens :

- 380 élèves sont en terminale.
- Parmi ces élèves de terminale, 55% sont des filles.
- Le taux de réussite au baccalauréat dans cet établissement est de 85%.
- Parmi les candidats ayant échoué, la proportion des filles est de $\frac{8}{19}$.

1. Recopier et compléter le tableau des effectifs suivant regroupant les résultats au baccalauréat.

Elèves	**Garçons**	**Filles**	**Total**
Réussite			
Echec		24	
Total			380

Après la publication des résultats, on choisit au hasard un élève parmi l'ensemble des élèves de terminale. On considère les événements suivants :

- G: "L'élève est un garçon."
- R: "L'élève a eu son baccalauréat."

2. Définir les événements suivants par une phrase puis calculer leur probabilité.

   (a) $\overline{R}$ (b) $\overline{G} \cap R$ (c) $\overline{G} \cup R$

3. On choisit un élève au hasard parmi les bacheliers. Quelle est la probabilité que ce soit une fille ?

Exercice 15:
Une urne contient quatre jetons, deux jaunes, un rose et un violet. On tire au hasard un jeton de l'urne puis un second sans remettre le premier. On suppose que tous les tirages sont équiprobables.

1. Représenter la situation par un arbre.
2. Combien y-a-t-il de tirages possibles ?
3. On considère les événements suivants :

   - R: "Le premier jeton tiré est rose."
   - J: "Le deuxième jeton tiré est jaune."

   Déterminer les probabilités $\mathbb{P}(R)$, $\mathbb{P}(J)$, $\mathbb{P}(R \cap J)$ puis $\mathbb{P}(R \cup J)$.

4. On considère l'événements N: "Aucun jeton tiré n'est jaune. Calculer $\mathbb{P}(N)$ et $\mathbb{P}(\overline{N})$.

2 Calcul algébrique

2.1 Exercices de cours

Exercice 1:
Compléter par $\in$ ou $\notin$:

1. $1,4....[0;7]$
2. $-\pi....]-3;-1[$
3. $6....\left[\frac{7}{3};+\infty\right[$
4. $-3....]-\infty;-3,5[$

Exercice 2:
Représenter sur une droite graduée chacun des intervalles suivants :

1. $]1;6]$
2. $[-0,5;3,2]$
3. $]-\infty;2]$
4. $[0;+\infty[$

Exercice 3:
Décrire, à l'aide d'un intervalle, chacun des ensembles de nombres réels x tels que :

1. $0 \leq x \leq 3$
2. $-2 < x < 1$
3. $x \leq 9$
4. $x > -3,5$

Exercice 4:
Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

1. $4x - 5 = 9x + 4$
2. $1 + \frac{3}{10}x = 4 - \frac{2}{5}x$
3. $\frac{1}{2} + 4x = 5 - \frac{6}{7}x$
4. $\frac{5}{4}x = \frac{25}{16}$
5. $x^7 + 3x - 2 = 7x + 4 + x^7$
6. $x^2 + 3 - x = x^2 + 10x - 7$

Exercice 5:
Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :

1. $2x + 2 \leq 10$
2. $-3x - 7 \geq 101$
3. $3x + 2 \leq x - 14$
4. $-2x - 5 > 4x + 31$
5. $2(x+1) - 7x > 5 - x$
6. $\frac{x-5}{2} \leq 0$

Exercice 6:
Développer et réduire les expressions suivantes :

1. $-2x(x+6)$
2. $x(3-2x) + 5x^2 + 2$
3. $(5-t)(1+2t) + 2(3t+4)$

Exercice 7:
Factoriser les expressions suivantes :

1. $(6x-4)(2x+5) - (3x+2)(2x+5)$
2. $9t^2 - 64$

2.2 Exercices d'entrainement

Exercice 8:
Les propostions suivantes sont-elles vraies ou fausses ?

1. Si $\dfrac{1}{4} < x$ alors $0,2 < x$.
2. Si $x < \pi$ alors $x < 3,1$.
3. Si $x \in [0,8;2]$ alors $x \in [0,7;1]$.
4. Si $x \in \left[\dfrac{1}{3};\dfrac{2}{3}\right]$ alors $x \in [0;1]$.

Exercice 9:
Utiliser les intervalles pour décrire, si possible, les ensembles de nombres x tels que:

1. $x < 1$ et $x \geq -3$
2. $x \leq -2$ ou $x > 1$
3. $x \leq 3,5$ ou $x < -1$
4. $x \geq \pi$ et $x \leq 3$

Exercice 10:
Un pré est représenté par un trapèze rectangle $ABCD$ en A tel que $AB = 12$, $AD = 8$ et $DC = 5$ en *dam*.
On souhaite partager ce pré par un segment $[CM]$ où M est un point du segment $[AB]$. On pose $AM = x$.

1. Déterminer les valeurs de x pour que les deux aires soient égales.
2. Pour quelle valeur de x l'aire $ADCM$ est-elle supérieure à celle de CBM ?

Exercice 11:
Déterminer l'intersection et la réunion des intervalles suivants. On donnera la réponse sous la forme d'un intervalle , ou d'une réunion ou intersection d'intervalles simplifée au maximum.

1. $[20;25[$ et $[14;21[$
2. $]-\infty;7,7]$ et $[10;22]$
3. $]-1;+\infty[$ et $]-\infty;1[$

Exercice 12:
Soit $f(x) = (x-3)^2 - 25$.

1. Développer $f(x)$.
2. Factoriser $f(x)$.
3. A l'aide de la forme la plus adaptée, résoudre les équations suivantes :
   (a) $f(x) = 0$
   (b) $f(x) = -25$
   (c) $f(x) = -16$

2.3 Exercices bilans

Exercice 13:
Recopier et compléter les phrases suivantes en donnant l'intervalle qui correspond.

1. L'ensemble des nombres x tels que $x < 7$ et ....
2. L'ensemble des nombres réels t tels que $1 < t \leq 101$ est ....
3. L'intersection de $[-2;+\infty[$ et $]-4;5]$ est ....
4. $[0;5] \cup [4,5;9[=$....
5. Si $x \in [-3;5]$ alors $x + 10 \in$....
6. Si $x > 0$ et $k < 0$ alors $kx \in$....
7. Si $0 \leq a \leq 10$ alors $-2a + 3 \in$...
8. L'ensemble des solutions de l'inéquation $-3x + 3 < 2x - 6$ est .....

Exercice 14:

1. Résoudre les équations suivantes :

   (a) $(23x+1)(-17x+1)+(23x+1)^2=0$

   (b) $(-14x+5)-(4x-7)(-14x+5)=0$

   (c) $(x-4)^2-36=0$

   (d) $(x+3)^2-(2x+4)^2=0$

   (e) $\dfrac{1}{x+1}-\dfrac{3}{x}=0$

   (f) $\dfrac{2x+2}{2x-1}+\dfrac{3x}{x+3}=0$

2. En vous aidant d'un tableau de signe, résoudre les inéquations suivantes :

   (a) $(13x-14)(25x+1)>0$

   (b) $(-14x+5)^2-(4x-7)(-14x+5)\leq 0$

   (c) $(x-3)^2-25\leq 0$

   (d) $(x+3)^2-(2x+4)^2\geq 0$

   (e) $\dfrac{1}{x+1}-\dfrac{3}{x}=0$

   (f) $\dfrac{2x+2}{2x-1}+\dfrac{3x}{x+3}<0$

Exercice 15:
Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes.

1. $\sqrt{x}=5$
2. $\dfrac{4x-34}{6-x}=0$
3. $x^2=-10^4$
4. $(5-2x)-(11+3x)=0$
5. $\dfrac{-2x+3}{x+4}=7$
6. $\dfrac{1}{x}=9$
7. $2x(x^2-100)=0$
8. $\dfrac{3}{x}+5=-\dfrac{1}{2}$
9. $2x^3=x^2$

3 Géométrie

3.1 Exercices de cours

Exercice 1:
On considère un triangle ABC rectangle en A et tel que $AC = 15$ et $BC = 25$. Déterminer la longueur de AB.

Exercice 2:
Un triangle BCD tel que $BC = 25$, $BD = 24$ et $CD = 7$ est-il rectangle ?

Exercice 3:
Déterminer les volumes des quatre solides suivants puis les classer par ordre croissant:

1. Une pyramide de base rectangulaire de longueur 6cm et de largeur 3cm et de hauteur 6cm.
2. Un cylindre de rayon 2cm et de hauteur 3cm.
3. Une boule de rayon 2cm.

Exercice 4:
Soient $A(1;2)$, $B(-2;5)$ et $C(-3;3)$. Déterminer les coordonnées du point M, milieu du segment $[AB]$. Calculer les coordonnées puis la norme des vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CA}$ et $\overrightarrow{BC}$.

Exercice 5:
Soient $\overrightarrow{u} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{v} = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$. Déterminer les coordonnées puis la norme des vecteurs suivants:

1. $\overrightarrow{z_1} = 2\overrightarrow{u} - \overrightarrow{v}$
2. $\overrightarrow{z_2} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{v}$
3. $\overrightarrow{z_3} = \frac{1}{2}\overrightarrow{u} + 4\overrightarrow{v}$

Exercice 6:
Soient $A(3;-4)$ et $B(-1;2)$. Quelles sont les coordonnées du point C tel que $\overrightarrow{AC} = -2\overrightarrow{AB}$?

Exercice 7:
Les points $A(-4;3)$, $B(2;3)$ et $C(6;3)$ sont-ils alignés ?

3.2 Exercices d'entrainement

Exercice 8:
Soient $A(5;3)$, $B(2;-1)$ et $C(0;3)$. Quelle est la nature du triangle ABC ?

Exercice 9:
Déterminer les valeurs du réel m tels que $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ soient colinéaires.

1. $\overrightarrow{u} = \begin{pmatrix} 2m \\ 3 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{v} = \begin{pmatrix} 4 \\ -5 \end{pmatrix}$
2. $\overrightarrow{u} = \begin{pmatrix} 2m^2 \\ \frac{m}{2} \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{v} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2.5 \end{pmatrix}$
3. $\overrightarrow{u} = \begin{pmatrix} -m^2 \\ 5 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{v} = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} \\ -2 \end{pmatrix}$

3.3 Exercices bilans

Exercice 10:
Dans un repère orthonormé (O, I, J), on considère les points $A(2; 3)$, $B(13; 1)$, $C(5; 7)$ et $D(4; -1)$.

1. Le point A appartient-il au cercle de centre C et de rayon 5 ?
2. Le point B appartient-il à la médiatrice du segment $[OJ]$?
3. Quelle est la nature du triangle JAD ?

Exercice 11:
Dans un repère orthonormé (O, I, J), on considère les points $A(-2; 1)$, $B(-1; 4)$ et $C(5; 2)$.

1. Quelle est la nature du triangle ABC ?
2. Calculer les coordonnées du point M milieu de $[AC]$.
3. Déterminer les coordonnées du point D tel que $ABCD$ soit un rectangle.

Exercice 12:
Dans un repère orthonormé (O, I, J), on considère les points $A(3; 2)$, $B(9; y)$ et $C(-9; 16)$. On sait que ces trois points sont alignés. Déterminer y.

4 Fonctions

4.1 Exercices de cours

Exercice 1:
Soit $f : x \mapsto \dfrac{4x+2}{1+x^2}$.

1. Calculer l'image de $\dfrac{1}{2}$ par f.
2. Déterminer les antécédents de 0 par f.

Exercice 2:
Soit $f : x \mapsto x^3 + 5$ et $\mathcal{C}_f$ sa courbe représentative.

1. Le point $A(10; 1005)$ appartient-il à $\mathcal{C}_f$?
2. Calculer l'ordonnée du point B d'abscisse -2 qui appartient à $\mathcal{C}_f$.

Exercice 3:
Soit $f : x \mapsto 3x^2 + 6$ et $\mathcal{C}_f$ sa courbe représentative.

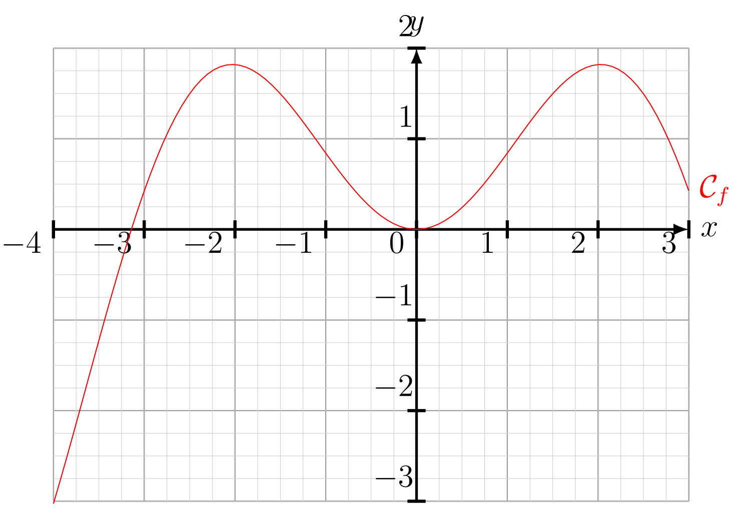
1. Le point $A(-1; 9)$ appartient-il à la courbe $\mathcal{C}_f$?
2. Calculer l'ordonnée du point B d'abscisse 4 qui appartient à $\mathcal{C}_f$.
3. Existe-t-il des points de $\mathcal{C}_f$ dont l'ordonnée est égale à 33 ? Si oui, donner leurs coordonnées.

4.2 Exercices d'entrainement

Exercice 4:

Voici la courbe représentative d'une fonction f définie sur $[-4; 3]$. Estimer graphiquement les solutions des équations et des inéquations suivantes.

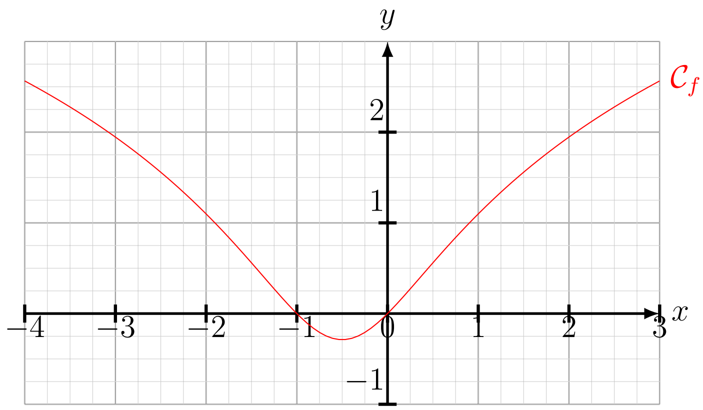
1. $f(x) = -3$
2. $f(x) = 1$
3. $f(x) \leq -1$
4. $f(x) \geq 0$



Exercice 5:
Etablir les tableaux de signe et de variation de la fonction représentée dans l'exercice précédent.

Exercice 6:

Voici la courbe représentative d'une fonction f définie sur $[-4; 3]$.



1. Déterminer le domaine de définition de la fonction f.

2. Déterminer l'image de 0 par la fonction f.

3. Déterminer les antécédents de 2 par la fonction f.

4. Résoudre l'inéquation $f(x) > 2$.

4.3 Exercices bilans

Exercice 7:

On donne ci-contre les courbes représentatives de deux fonction f et g sur $[-2; 4]$.

Partie A:
Résoudre graphiquement les équations et inéquations suivantes.

1. $f(x) = -10$
2. $f(x) > 5$
3. $f(x) \leq 0$
4. $f(x) = g(x)$

Partie B:
Dans cette partie on admet que les fonctions f et g sont définies sur $[-2; 4]$ par $f(x) = \frac{1}{5}(x+1)(6-2x)$ et $g(x) = \frac{1}{5}(x^2+2x+1)$.

1. Développer $f(x)$.

2. Montrer que $f(x) = -2(x-1)^2 + 8$.

3. Déterminer algébriquement les coordonnées des points d'intersections de la courbe f avec l'axe des abscisses.

4. Déterminer les antécédents de 4 par la fonction f.

5. Etablir le tableau de variation de la fonction f puis sont tableau de signe.

6. La fonction f admet-elle un maximum ? Si oui, en quelle valeur est-il atteint ?