

**Exercice 1 : Métropole, 2023, STL**

- Soit la fonction  $f$  définie sur  $[0; +\infty[$  par :

$$f(x) = (3x + 5)e^x$$

Vérifier que  $f(0)$  est un nombre entier que l'on précisera.

- Soit la fonction  $f$  définie et dérivable sur  $[0; +\infty[$  par :

$$f(x) = (x - 5)e^{3x}$$

On note  $f'$  sa fonction dérivée.

Démontrer que pour tout  $x$  appartenant à l'intervalle  $[0; +\infty[, f'(x) = (3x - 14)e^{3x}.$

*Solution :*

**Exercice 2 : La réunion, 2023, STL**

On s'intéresse à l'équipement des habitants d'une grande ville en ordinateurs depuis 2000.

La part (exprimée en %) des habitants de cette ville ayant au moins un ordinateur est modélisée par la fonction  $f$  définie sur  $[0; +\infty[$  par :

$$f(t) = \frac{94,6}{1 + e^{0,6-0,2t}}$$

où  $t$  est la durée écoulée (en année) depuis l'année 2000.

Montrer que le taux d'équipement ne peut jamais être supérieur à 94,6%.

*Solution :*

**Exercice 3 : Polynésie, 2022, STL**

Dans cet exercice, on s'intéresse à l'énergie stockée dans la batterie d'un téléphone portable. Cette grandeur s'exprime en  $\text{kW} \cdot \text{h}$ . Lorsque la batterie est totalement chargée, l'énergie stockée dans le batterie (en  $\text{kW} \cdot \text{h}$ ) en fonction du temps  $t$  (en heure) est modélisée par une fonction  $f$  définie sur  $[0; +\infty[$  par :

$$f(t) = ae^{-t} + b \quad \text{où } a \text{ et } b \text{ sont deux réels à déterminer}$$

- (a) Sachant que  $\lim_{t \rightarrow +\infty} f(t) = 0,715$ , déterminer la valeur de  $b$ .  
 (b) Sachant que  $f(0) = 0$ , déterminer la valeur de  $a$ .
- Montrer que pour tout nombre réel  $t \geq 0$ ,  $f(t) < 0,715$
- (a) Déterminer la fonction dérivée  $f'$  de la fonction  $f$ .  
 (b) En déduire le sens de variation de la fonction  $f$  sur  $[0; +\infty[$ .

4. On considère la fonction en langage Python suivante :

```

1 from math import exp
2 def temps(pourcentage) :
3     t=0
4     y=0
5     while y<pourcentage*0,715 :
6         t=t+1/60
7         y=-0.715*exp(-t)+0.715
8     return t

```

Que renvoie l'exécution de l'instruction `temps(0.15)` ?

Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

5. On considère la fonction  $F$  définie sur  $[0; +\infty[$  par :

$$F(t) = 0,715t + 0,715e^{-t}$$

(a) Vérifier que  $F$  est une primitive de  $f$  sur  $[0; +\infty[$ .

(b) On admet que l'énergie stockée moyenne de la batterie sur  $[0; 3,5]$  est égale à :

$$m = \frac{1}{3,5} [F(3,5) - F(0)]$$

Cette énergie stockée moyenne est-elle égale à la moitié de l'énergie stockée maximale ? Justifier.

*Solution :*

#### Exercice 4 : Métropole, 2021, STL

Soit  $g$  la fonction définie sur l'intervalle  $[0; +\infty[$  par :

$$g(x) = (2x - 1)e^{-x}$$

1. Calculer  $g(0)$ .

2. On admet que la fonction  $g$  est dérivable sur  $[0; +\infty[$  et on note  $g'$  sa fonction dérivée.

(a) Montrer que, pour tout réel  $x$  appartenant à  $[0; +\infty[$ ,  $g'(x) = (-2x + 3)e^{-x}$ .

(b) Justifier que  $g(x) < 2e^{-\frac{3}{2}}$  pour  $x > \frac{3}{2}$ .

*Solution :*