Chapitre 4 : Suites numériques

Table des matières

Contenu

- différents modes de génération d'une suite numérique ;
- sens de variation ;
- représentation graphique : nuage de points $(n, u(n))$.

1 Définitions et modélisations

Définition:
On appelle suite numérique, noté $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$, une suite de nombres $(u_n) = (u_0, u_1, u_2, ..., u_n, ...)$
u_0 est le terme initial de la suite et u_n est le terme général de rang n de la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$.

Remarque importante

Il est important de faire la distinction entre le terme général u_n (le n° nombre) et la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ (ensemble des nombres)

Exemple:
On peut définir les suites suivantes:

- $(A_n)_{n\in\mathbb{N}} = (4, 8, 12, ...)$
- $(B_n)_{n\in\mathbb{N}} = (0, 1, 1, ...)$
- $(C_n)_{n\in\mathbb{N}} = (\sqrt{2}, \frac{7}{3}, \pi, ...)$

Exercice:
Déterminer les valeurs de B_0 ; A_1 ; C_2.

Une suite est une fonction mais ne prenant que des valeurs entières. Elles sont importantes pour modéliser certaines situations.

Définition:
Il existe deux manières de générer une suite :

- Par une formule explicite $u_n = f(n)$; Exemple : $u_n = 1 + 2^n$ où $f(x) = 1 + 2^x$.
- Par une formule de récurrence $u_{n+1} = f(u_n)$; Exemple : $u_{n+1} = 5u_n - 2$ où $f(x) = 5x - 2$.

Remarque

- Si on a une formule explicite, on calcule le n° terme en remplaçant dans la fonction comme on sait le faire.
- Si on a une formule de récurrence, il faut d'bord calculer tous les termes précedents et il faut IMPERATIVEMENT connaître le terme initial.

Exercice:
Soient les suites $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ et $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ de terme général $u_n = 1 - 3n$ et $v_{n+1} = 1 - 3v_n$ avec $v_0 = 1$. Calculer le 3-ième terme de ces suites.

Exercice:
Pour chaque situation décrite ci-dessous, écrire la formule de récurrence ou explicite de la suite associée:

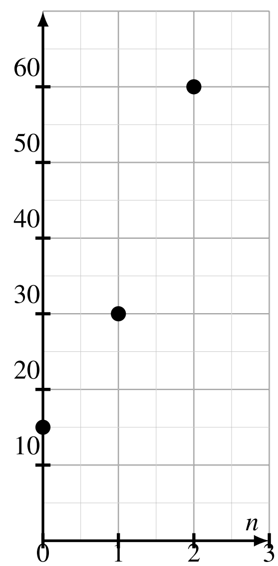
- Chaque année, l'argent de poche de Théo augmente de 5 €. On note a_n son argent de poche aubout de n années.
- Un dentiste offre une réduction pour la pose d'une couronne dentaire. Cette réduction, notée r_n, est égale à 20 % de l'âge n de la personne.
- Une population de bactéries triple à chaque heure. On note p_n cette population au bout de n heures.

2 Représentation graphique

On a vu qu'une suite pouvait être assimilée à une fonction à valeur discrète. Or on sait aussi que toute fonction admet une représentation graphique. Donc il va de soi qu'une suite peut-être représentée graphiquement.

Définition:
La représentation graphique d'une suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ se fait à partir de la fonction f associée. C'est la nuage de point de coordonnées $(n\ ,\ u_n)$, pour tout entier n.

Exercice:
Déterminer les trois premier termes de la suite à partir du graphique ci-dessous puis placer les 3 premier termes des suites de terme général suivant : $u_n = 5n + 10$ et $v_{n+1} = 5v_n + 10$ avec $v_0 = 0$.



! Remarque TRES importante

La représentation d'une suite est un nuage de points donc on ne relie JAMAIS les points entre eux !

Définition:
On dit qu'une suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est....:

- ... croissante si $\forall n \in \mathbb{N}\ ,\ u_{n+1} \geq u_n$
- ... décroissante si $\forall n \in \mathbb{N}\ ,\ u_{n+1} \leq u_n$

3 Exercice bilan

Soient (u_n) et (v_n) deux suites définies respectivement par $u_n = \dfrac{3n+1}{3n-1}$ et $v_{n+1} = v_n + (v_n - 4)^2$ avec $v_0 = 1$.

1. Calculer u_3 puis v_3.
2. Déterminer le sens de variation de (v_n).
3. Placer les trois premiers termes de chaque suite dans un repère.