

Exercice 1: Automatismes (... / 3 points)

1. Le périmètre P d'un rectangle est donnée en fonction de sa longueur L et sa largeur l par $P = 2(L + l)$.
Exprimer l en fonction de P et L .
2. Une augmentation de 50 % d'un article entraîne une augmentation du prix de 23 euros.
Déterminer le prix de l'article avant l'augmentation.
3. Résoudre l'équation $\left(\frac{3}{4}x - 2\right)\left(4 - \frac{x}{2}\right)(6x - 7) = 0$.

Solution :

1. On a $l = \frac{P}{2} - L$.
2. On a $1,5x = x + 23$ d'où $x = 46$ euros.
3. On a $\frac{3}{4}x - 2 = 0$ ou $4 - \frac{x}{2} = 0$ ou $6x - 7 = 0$ donc $S = \left\{\frac{8}{3}; 8; \frac{7}{6}\right\}$.

Exercice 2: Tronc commun (... / 3 points)

1. Le chiffre d'affaire d'une start-up est passé de 50 000 euros à 70 000 euros en un an.
On exprimera les résultats sous forme de pourcentage.
 - (a) Déterminer le taux d'évolution annuel du chiffre d'affaire.
 - (b) En déduire le taux d'évolution mensuel du chiffre d'affaire.
2. Au bout de 1 heure, la température d'une pièce subit une augmentation de 23%.
Quel est le taux moyen d'évolution par minute de la température de cette pièce ? Arrondir à 0,1% près.

Solution :

1. (a) On a le taux d'évolution annuel : $t = \frac{70\,000 - 50\,000}{50\,000} = 0,2 = 20\%$.
(b) On a le taux d'évolution moyen mensuel : $t' = 1,2^{\frac{1}{12}} - 1 = 0,0153 = 1,53\%$.
2. On a le taux d'évolution moyen de la température : $t = 1,23^{\frac{1}{60}} - 1 = 0,035 = 3,5\%$

Exercice 3: Spécialité Maths-Physique (... / 3 points)

1. Simplifier l'expression $\frac{(e^4)^{-5} \times e^{15}}{e^{-6} \times (e^2)^6}$.
2. On considère la fonction f définie par $f(x) = (4x - 1)e^x - 6$.
 - (a) Calculer $f(2)$. On donnera la valeur exacte puis une valeur approchée arrondie à 10^{-2} près.
 - (b) On suppose que la fonction f est dérivable sur \mathbb{R} . Déterminer l'expression de sa dérivée $f'(x)$.

Solution :

1. On a $\frac{(e^4)^{-5} \times e^{15}}{e^{-6} \times (e^2)^6} = \frac{e^{-5}}{e^6} = e^{-11}$.
2. (a) On a $f(2) = 7e^2 - 6 \simeq 45,72$.
(b) On a $f'(x) = (4x + 3)e^x$.

Exercice 1: Automatismes (... / 3 points)

1. On considère x , y et v des nombres réels positifs non nuls liés par la relation $v = \sqrt{\frac{x}{y}}$.
Exprimer y en fonction de x et v .
2. Une augmentation de 20 % d'un article entraîne une augmentation du prix de 11 euros.
Déterminer le prix de l'article avant l'augmentation.
3. Résoudre l'équation $\left(\frac{5}{7}x - 2\right) \left(1 - \frac{x}{3}\right) (2x - 9) = 0$.

Solution :

1. On a $y = \frac{x}{v^2}$.
2. On a $1,2x = x + 11$ d'où $x = 55$ euros.
3. On a $\frac{5}{7}x - 2 = 0$ ou $1 - \frac{x}{3} = 0$ ou $2x - 9 = 0$ donc $S = \left\{ \frac{14}{5} ; 3 ; \frac{9}{2} \right\}$.

Exercice 2: Tronc commun (... / 3 points)

1. Le chiffre d'affaire d'une start-up est passé de 60 000 euros à 45 000 euros en un an.
On exprimera les résultats sous forme de pourcentage.
 - (a) Déterminer le taux d'évolution annuel du chiffre d'affaire.
 - (b) En déduire le taux d'évolution mensuel du chiffre d'affaire.
2. Au bout de 2 heure, la température d'une pièce subit une augmentation de 64%.
Quel est le taux moyen d'évolution par minute de la température de cette pièce ? Arrondir à 0,1% près.

Solution :

1. (a) On a le taux d'évolution annuel : $t = \frac{45\,000 - 60\,000}{60\,000} = -0,25 = -25\%$.
(b) On a le taux d'évolution moyen mensuel : $t' = 0,75^{\frac{1}{12}} - 1 = -0,0237 = -2,37\%$.
2. On a le taux d'évolution moyen de la température : $t = 1,64^{\frac{1}{120}} - 1 = 0,004 = 0,4\%$

Exercice 3: Spécialité Maths-Physique (... / 3 points)

1. Simplifier l'expression $\frac{(e^3)^{-7} \times e^{23}}{e^{-8} \times (e^4)^5}$.
2. On considère la fonction f définie par $f(x) = (4 - x)e^x + 8x$.
 - (a) Calculer $f(2)$. On donnera la valeur exacte puis une valeur approchée arrondie à 10^{-2} près.
 - (b) On suppose que la fonction f est dérivable sur \mathbb{R} . Déterminer l'expression de sa dérivée $f'(x)$.

Solution :

1. On a $\frac{(e^3)^{-7} \times e^{23}}{e^{-8} \times (e^4)^5} = \frac{e^2}{e^{12}} = e^{-10}$.
2. (a) On a $f(2) = 2e^2 + 16 \simeq 30,79$.
(b) On a $f'(x) = (3 - x)e^x + 8$.