

# Chapitre 3 : Nombres complexes (forme algébrique)

Axel Carpentier

Première technologique :

Sciences et technologies de l'industrie et du développement durable (STI2D)

1. Notion de nombre complexe
2. Opérations entre nombres complexes
  - 2.1 Addition, soustraction et multiplication
  - 2.2 Conjugaison et opérations
3. Exercice bilan

## 1. Notion de nombre complexe

## 2. Opérations entre nombres complexes

2.1 Addition, soustraction et multiplication

2.2 Conjugaison et opérations

## 3. Exercice bilan

## Définition:

Un nombre  $z$  est dit complexe s'il s'écrit de manière unique sous la forme  $z = a + ib$  où :

- $i$  est un nombre dit imaginaire défini par  $i^2 = -1$ .
- $a$  est un nombre réel : c'est la partie réelle de  $z$ .
- $b$  est un nombre réel : c'est la partie imaginaire de  $z$ .

L'ensemble des nombres complexes se note  $\mathbb{C}$ .

## Remarque

Tous les nombres réels sont des nombres complexes, en effet  $z = 8$  s'écrit également  $z = 8 + 0i$ .

On a donc l'inclusion d'ensembles  $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R} \subset \mathbb{C}$ .

## Exercice:

Donner la partie réelle et la partie imaginaire des nombres complexes suivants :

- $z_1 = -5 + 3i$

- $z_2 = 1,5 + 3,3i$

- $z_3 = \frac{3}{4}i + 5$

- $z_4 = -i$

## Remarque

En physique, on note  $j$  le nombre complexe  $i$  pour éviter la confusion avec la notation du courant électrique.

# Opérations entre nombres complexes

## 1. Notion de nombre complexe

## 2. Opérations entre nombres complexes

### 2.1 Addition, soustraction et multiplication

### 2.2 Conjugaison et opérations

## 3. Exercice bilan

## Propriété:

Sur l'ensemble  $\mathbb{C}$ , les propriétés de calculs entre deux nombres sont les mêmes que sur l'ensemble  $\mathbb{R}$ .

## Exemple:

- $(3 + 4i) + (7 + 5i) = 3 + 4i + 7 + 5i = 10 + 9i$
- $(3 + 4i) - (7 + 5i) = 3 + 4i - 7 - 5i = -4 - i$
- $(3 + 4i) \times (7 + 5i) = 3 \times 7 + 3 \times 5i + 4i \times 7 + 4i \times 5i = 21 + 15i + 28i + 20i^2 = 1 + 43i$

## Exercice:

Calculer l'addition, la soustraction et la multiplication de  $z_1 = \frac{1}{2} - 3i$  par  $z_2 = 1 - \frac{4}{3}i$ .

# Opérations entre nombres complexes

## 1. Notion de nombre complexe

## 2. Opérations entre nombres complexes

### 2.1 Addition, soustraction et multiplication

### 2.2 Conjugaison et opérations

## 3. Exercice bilan

## Définition:

Soit  $z = a + ib$  un nombre complexe, on appelle conjugué de  $z$ , noté  $\bar{z}$ , le nombre complexe  $\bar{z} = a - ib$ .

## Exercice:

Déterminer le conjugué des nombres complexes  $z_1 = \frac{1}{2} - 3i$  et  $z_2 = 1 - \frac{4}{3}i$ .

## Propriété:

Soit  $z = a + ib$  un nombre complexe, on a  $z \times \bar{z} = a^2 + b^2$ .

## Méthode:

Soit  $z_1$  et  $z_2 \neq 0$  deux nombres complexes. Pour déterminer la forme algébrique de  $\frac{z_1}{z_2}$ , on multiplie le numérateur et le dénominateur par le conjugué  $\bar{z}_2$  du dénominateur.

Exemple:

$$\frac{2+3i}{1+3i} = \frac{(2+3i)(1-3i)}{(1+3i)(1-3i)} = \frac{2-6i+3i-9i^2}{1^2+3^2} = \frac{11-3i}{10} = 1,1 - 0,3i.$$

Exercice:

Exprimer les nombres complexes suivants sous leur forme algébrique :

•  $\frac{1+2i}{1+i}$

•  $\frac{1}{i}$

## Propriété:

Soient  $z_1$  et  $z_2$  deux nombres complexes, on a :

- $\overline{z_1 + z_2} = \overline{z_1} + \overline{z_2}$
- $\overline{z_1 \times z_2} = \overline{z_1} \times \overline{z_2}$
- $\overline{\left(\frac{z_1}{z_2}\right)} = \frac{\overline{z_1}}{\overline{z_2}}$

Exemple:

- $\overline{(3 + 4i) + (7 + 5i)} = \overline{3 + 4i} + \overline{7 + 5i} = 3 - 4i + 7 - 5i = 10 - 9i$
- $\overline{(3 + 4i) \times (7 + 5i)} = \overline{3 + 4i} \times \overline{7 + 5i} = (3 - 4i) \times (7 - 5i) = 21 - 15i - 28i + 20i^2 = 1 - 43i$

1. Notion de nombre complexe
2. Opérations entre nombres complexes
  - 2.1 Addition, soustraction et multiplication
  - 2.2 Conjugaison et opérations
3. Exercice bilan

# Exercice bilan

1. Soient  $z_1 = 5 + i$ ,  $z_2 = 3 - 4i$  et  $z_3 = 2 - \sqrt{5}i$ . Calculer :

1.1  $z_1 - z_3$

1.2  $z_2^2$

2. Donner la forme algébrique des nombres complexes suivants :

2.1  $z_1 = \frac{3 - i}{1 + 2i}$

2.2  $z_2 = \frac{5 - 2i}{2 + 5i}$

3. Résoudre les équations suivantes sur  $\mathbb{C}$  :

3.1  $5z + 8 - 3i = 3 - 4i$

3.2  $(3 - i)z - 1 = -2 + 3i$