

# Chapitre 1 : Généralités sur les fonctions

Axel Carpentier

Terminale technologique :

Tronc commun

# Table des matières

1. Définitions
2. Résolutions graphiques
3. Variations, signes et extremums
4. Exercice bilan

## Notation et vocabulaire:

- On appelle domaine de définition de  $f$ , noté  $\mathcal{D}_f$ , l'ensemble des valeurs sur lequel  $f$  est définie.
- On note  $f : x \mapsto f(x)$ , la fonction qui à  $x$  associe  $f(x)$ .  $y = f(x)$  est l'image de  $x$ ,  $x$  est un antécédent de  $y$ .
- On appelle courbe représentative d'une fonction  $f$  dans le plan, notés  $\mathcal{C}_f$ , l'ensemble des points  $M(x, y)$  tels que  $x \in \mathcal{D}_f$  et  $y = f(x)$

## Remarque IMPORTANTE

Il ne faut pas confondre  $f$  et  $f(x)$  !  $f$  représente une fonction tandis que  $f(x)$  représente un nombre réel.

# Définitions

## Méthode:

- Pour déterminer une image d'un réel  $a$  :
  - Graphiquement :  
On place  $a$  sur l'axe des abscisses, on prend le point de la courbe d'abscisse  $a$  et on lit son ordonnée.
  - Algébriquement :  
On remplace tous les  $x$  par  $a$  dans l'expression algébrique de  $f$ .
- Pour déterminer un antécédent d'un réel  $k$  :
  - Graphiquement :  
On se place en  $k$  sur l'axe des ordonnées, on prend le ou les points de la courbe d'ordonnée  $k$  et on lit leurs abscisses.
  - Algébriquement :  
On cherche toutes les valeurs de  $x \in \mathcal{D}_f$  telles que  $f(x) = k$ .

# Définitions

## Exercice :

Soit  $f : x \mapsto x^2 + 1$ .

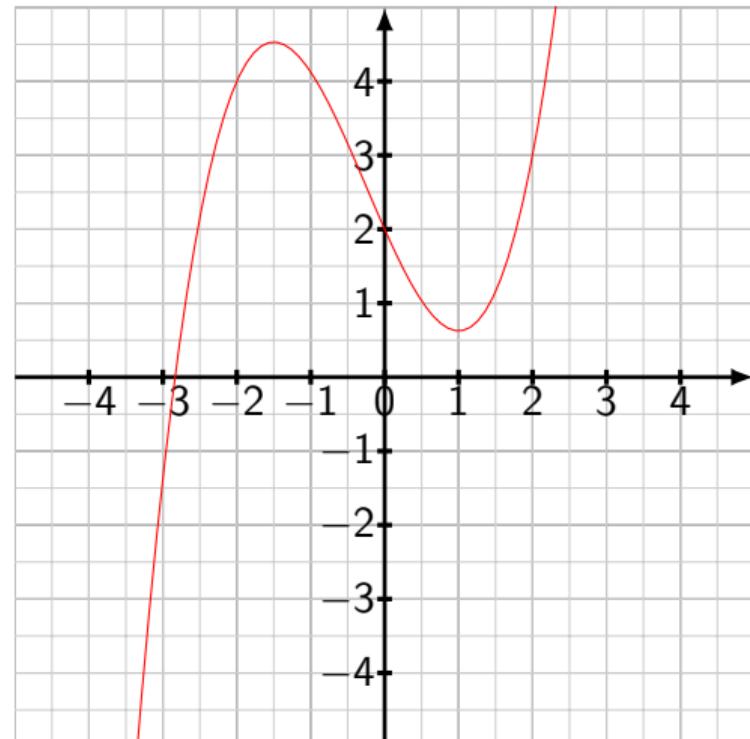
1. Quel est le domaine de définition  $\mathcal{D}_f$  de  $f$  ?
2. Calculer l'image de 3 par  $f$ .
3. Calculer le (ou les) antécédent(s) de 10 par  $f$ .

# Définitions

## Exercice:

Soit la représentation graphique  $\mathcal{C}_f$  d'une fonction  $f$  ci-dessous.

1. Quel est le domaine de définition  $\mathcal{D}_f$  de  $f$  ?
  
2. 2.1 Déterminer l'image de 2 par  $f$ .  
2.2 Déterminer  $f(-2)$ .
  
3. Calculer le (ou les) antécédent(s) de 2 par  $f$ .



# Résolutions graphiques

## Méthode:

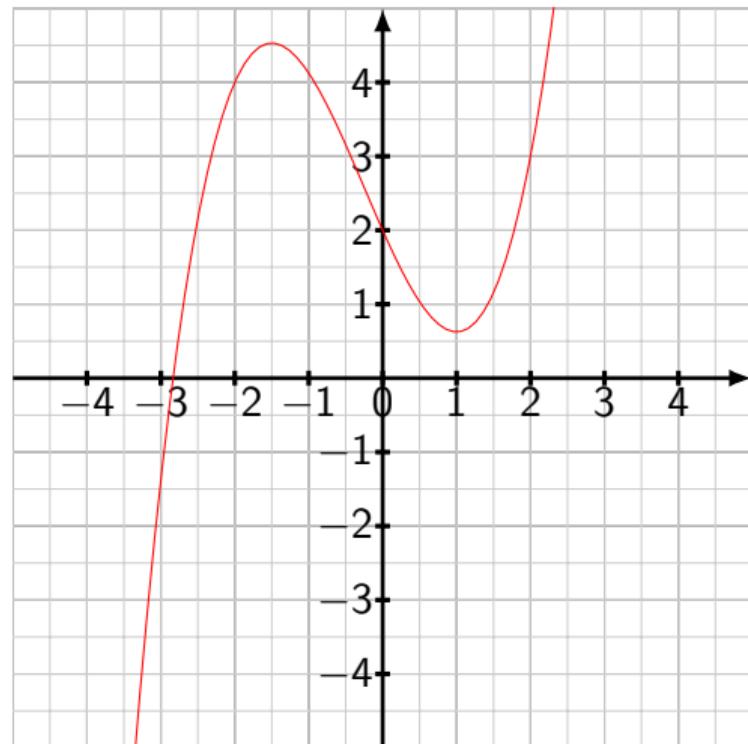
- Résoudre une équation  $f(x) = k$  revient à déterminer les antécédents de  $k$  par la fonction  $f$ .
- Résoudre une inéquation  $f(x) \geq k$  (respectivement  $f(x) \leq k$ ) revient à déterminer les points de la courbe de  $f$  dont l'ordonnée est supérieure (respectivement inférieure) à  $k$  puis l'ensemble de leurs abscisses.

# Résolutions graphiques

## Exercice:

Soit la représentation graphique  $\mathcal{C}_f$  d'une fonction  $f$  ci-dessous.

1. Déterminer la (ou les) solution(s) de  $f(x) = -2$
2. Déterminer la (ou les) solution(s) de  $f(x) = 4$
3. Déterminer les solutions de  $f(x) < 0$ .
4. Déterminer les solutions de  $f(x) \geq 2$ .

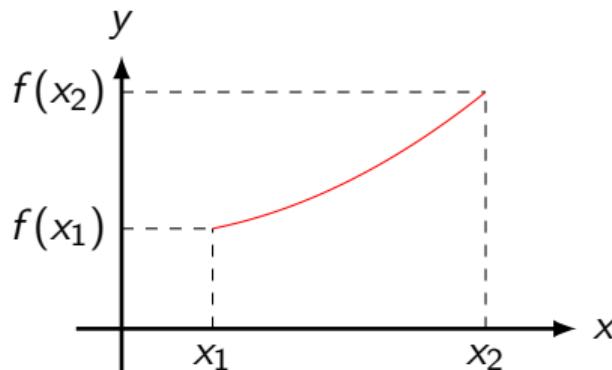


# Variations, signes et extremums

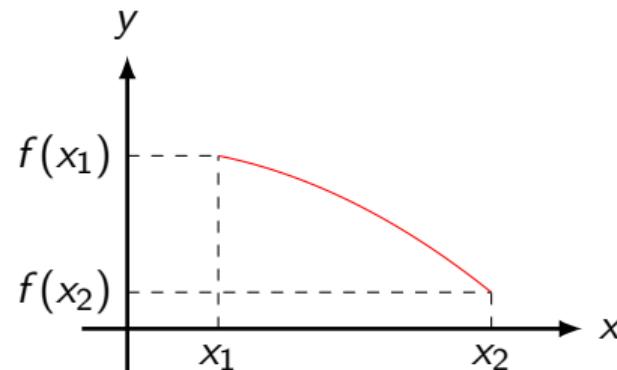
## Définition:

Soient  $x_1 \leq x_2$  deux réels quelconques et  $f$  une fonction quelconque.

- $f$  est dite croissante si  $f(x_1) \leq f(x_2)$  c'est-à-dire qu'elle conserve l'ordre.
- $f$  est dite décroissante si  $f(x_1) \geq f(x_2)$  c'est-à-dire qu'elle renverse l'ordre.
- $f$  est dite constante si  $f(x_1) = f(x_2)$ .



Fonction croissante



Fonction décroissante

## **Propriété fondamentale:**

Soit  $f$  une fonction dérivable sur un intervalle  $I$ .

- $f$  est strictement croissante sur  $I$  si et seulement si  $\forall x \in I, f'(x) > 0$  ;
- $f$  est strictement décroissante sur  $I$  si et seulement si  $\forall x \in I, f'(x) < 0$  ;
- $f$  est constante sur  $I$  si et seulement si  $\forall x \in I, f'(x) = 0$  ;

# Variations, signes et extremums

On rappelle les dérivées de fonctions usuelles vues en classe de Première :

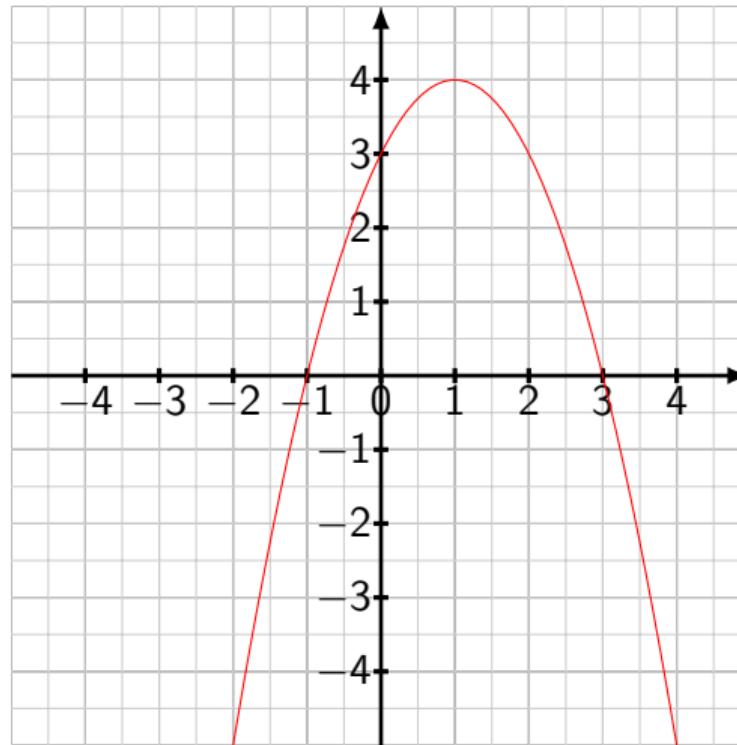
Fonction $f$	Dérivée $f'$
$f(x) = a, a \in \mathbb{R}$	$f'(x) = 0$
$f(x) = ax, a \in \mathbb{R}$	$f'(x) = a$
$f(x) = ax^2, a \in \mathbb{R}$	$f'(x) = 2ax$
$f(x) = ax^3, a \in \mathbb{R}$	$f'(x) = 3ax^2$

Exercice :

Etablir le tableau de variations de la fonction  $f : x \mapsto 2x^2 + 8x - 5$  définie et dérivable sur  $\mathbb{R}$ .

## Exercice bilan

On considère la fonction  $f : x \mapsto -(x + 1)(x - 3)$  définie sur  $[-5; 5]$ . La courbe représentative  $\mathcal{C}_f$  est donnée ci-dessous.



## Exercice bilan

1. Répondre graphiquement aux questions suivantes:
  - 1.1 Déterminer l'image de 1 par  $f$ .
  - 1.2 Résoudre l'équation  $f(x) = 0$
  - 1.3 Résoudre l'inéquation  $f(x) > 2$ .
2. Reprendre les questions 1.1 et 1.2 par le calcul.
3. Etablir le tableau de signe de  $f$ .
4. Développer  $f(x)$  puis déterminer l'expression de  $f'(x)$ .
5. Etablir le tableau de signe de  $f'(x)$  puis le tableau de variation complet de  $f$ .
6. En déduire le maximum de  $f$  sur son intervalle de définition.