NOM Prénom :

Interrogation 6 - Sujet A - 20 minutes — Tle tronc commun (Contrôle continue)

Exercice 1: Automatismes *(. . . / 3 points)*

1. On a injecté un centimètre cube de produit calmant à un malade. Toutes les demi-heures, son organisme élimine 10% du produit calmant dans son corps. Quel volume de ce produit calmant le malade a-t-il éliminé au bout de six heures ?

2. Convertir 36 500 cm^2 en m^2 puis 5 781 g en kg.

3. Résoudre l'équation $2x^2 - 3 = 0$.

Solution :

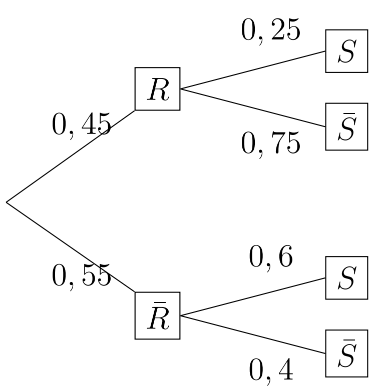
1. On note n la n-ième demi-heure écoulée après injection du calmant et u_n la quantité de calmant restante dans le malade.
   On a donc $u_{12} = 1 \times 0,9^{12} = 0,282$. Il a donc éliminé $1 - 0,282 = 0,718$ centimètre cube de produit calmant en 6 heures

2. On a 36 500 $\text{cm}^2 = 3,65$ m^2 et 5 781 g $= 5,781$ kg.

3. On a $x_1 = -\sqrt{\dfrac{3}{2}}$ ou $x_2 = \sqrt{\dfrac{3}{2}}$

Exercice 2: Tronc commun *(. . . / 4 points)*

Une expérience aléatoire est représentée par l'arbre de probabilités suivant :



1. Calculer $\mathbb{P}(R \cap S)$.

2. Justifier que $\mathbb{P}(S) = 0,4425$.

3. Calculer $\mathbb{P}_S(R)$.

4. Les événements S et R sont-ils indépendants ?

Solution :

1. On a $\mathbb{P}(R \cap S) = 0,45 \times 0,25 = 0,1125$.

2. On a $\mathbb{P}(S) = 0,45 \times 0,25 + 0,55 \times 0,6 = 0,4425$.

3. On a $\mathbb{P}_S(R) = \dfrac{\mathbb{P}(R \cap S)}{\mathbb{P}(S)} = \dfrac{0,1125}{0,4425} = 0,2542$.

4. On a $\mathbb{P}(R \cap S) = 0,1125$ et $\mathbb{P}(S) \times \mathbb{P}(R) = 0,4425 \times 0,45 = 0,1991$.
   Les événements R et S ne sont donc pas indépendants.

Exercice 3: Spécialité Maths-Physique *(. . . / 4 points)*
On considère la fonction f définie par $f(x) = (3x - 2)e^{-3x}$.

1. (a) Déterminer la limite de f quand x tend vers $+\infty$.
   (b) Déterminer la valeur exacte de $f(1)$.
2. On suppose que la fonction f est dérivable sur $\mathbb{R}$. En détaillant les calculs, montrer que l'on a :

$$f'(x) = (-9x + 9)e^{-3x}$$

3. Etablir le tableau de signe de f' puis le tableau de variation de f.

Solution :

1. (a) On a $\lim_{x \to +\infty} f(x) = 0$ par croissances comparées.
   (b) On a $f(1) = e^{-3}$.
2. On a $f'(x) = 3e^{-3x} + (-3) \times (3x - 2)e^{-3x} = (3 - 9x + 6)e^{-3x} = (-9x + 9)e^{-3x}$.
3. On obtient le tableau suivant :

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	e^{-3}	$\searrow$	0

NOM Prénom :

Interrogation 6 - Sujet B - 20 minutes — Tle tronc commun (Contrôle continue)

Exercice 1: Automatismes *(. . . / 3 points)*

1. On a injecté un centimètre cube de produit calmant à un malade. Toutes les demi-heures, son organisme élimine 5% du produit calmant dans son corps. Quel volume de ce produit calmant le malade a-t-il éliminé au bout de cinq heures ?

2. Convertir 56 300 cm^2 en m^2 puis 8 154 g en kg.

3. Résoudre l'équation $5x^2 - 8 = 0$.

Solution :

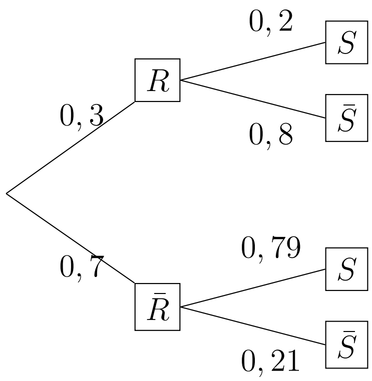
1. On note n la n-ième demi-heure écoulée après injection du calmant et u_n la quantité de calmant restante dans le malade.
   On a donc $u_{10} = 1 \times 0,95^{10} = 0,599$. Il a donc éliminé $1 - 0,599 = 0,401$ centimètre cube de produit calmant en 5 heures

2. On a 56 300 cm^2 $= 5,63$ m^2 et 8 154 g $= 8,154$ kg.

3. On a $x_1 = -\sqrt{\dfrac{8}{5}}$ ou $x_2 = \sqrt{\dfrac{8}{5}}$

Exercice 2: Tronc commun *(. . . / 4 points)*

Une expérience aléatoire est représentée par l'arbre de probabilités suivant :



1. Calculer $\mathbb{P}(R \cap S)$.

2. Justifier que $\mathbb{P}(S) = 0,613$.

3. Calculer $\mathbb{P}_S(R)$.

4. Les événements S et R sont-ils indépendants ?

Solution :

1. On a $\mathbb{P}(R \cap S) = 0,3 \times 0,2 = 0,06$.

2. On a $\mathbb{P}(S) = 0,3 \times 0,2 + 0,7 \times 0,79 = 0,613$.

3. On a $\mathbb{P}_S(R) = \dfrac{\mathbb{P}(R \cap S)}{\mathbb{P}(S)} = \dfrac{0,06}{0,613} = 0,0979$.

4. On a $\mathbb{P}(R \cap S) = 0,06$ et $\mathbb{P}(S) \times \mathbb{P}(R) = 0,613 \times 0,3 = 0,1839$.
   Les événements R et S ne sont donc pas indépendants.

Exercice 3: Spécialité Maths-Physique *(. . . / 4 points)*
On considère la fonction f définie par $f(x) = (5x - 3)e^{-5x}$.

1. (a) Déterminer la limite de f quand x tend vers $+\infty$.

   (b) Déterminer la valeur exacte de $f\left(\dfrac{4}{5}\right)$.

2. On suppose que la fonction f est dérivable sur $\mathbb{R}$. En détaillant les calculs, montrer que l'on a :

$$f'(x) = (-25x + 20)e^{-5x}$$

3. Etablir le tableau de signe de f' puis le tableau de variation complet de f.

Solution :

1. (a) On a $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 0$ par croissances comparées.

   (b) On a $f\left(\dfrac{4}{5}\right) = e^{-4}$.

2. On a $f'(x) = 5e^{-5x} + (-5) \times (5x - 3)e^{-5x} = (5 - 25x + 15)e^{-5x} = (-25x + 20)e^{-5x}$.

3. On obtient le tableau suivant :

x	$-\infty$		$\frac{4}{5}$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$-e^{-4}$	$\searrow$	0