Exercice 1 : *Métropole Antilles Guyane, 2025, STI2D*
Soit l'équation différentielle $y' = 2y - 0,5$.

1. Déterminer l'ensemble des fonctions définies sur $\mathbb{R}$ qui sont solutions de cette équation.

2. Déterminer la fonction f, solution de cette équation, avec pour nombre dérivé $f'(0) = -3$.

Solution :

Exercice 2 : *Métropole, 2025, STI2D*
On note $f(t)$ la température (en °C) d'un café en fonction du temps t (en minute) écoulé depuis sa sortie d'une machine à expresso. À l'instant $t = 0$, la température initiale du café est 83°C.

On admet que la fonction température est solution sur $[0\ ;\ +\infty[$ de l'équation différentielle :

$$y' = -0,08y + 1,84$$

Déterminer l'expression de l'unique solution f qui vérifie les données précédentes.
Solution :

Exercice 3 : *Métropole, 2024, STI2D*
Un parachutiste est en chute libre dans l'air jusqu'à l'instant $t = 0$ où il ouvre son parachute. Sa vitesse est alors de 50 m.s^{-1}. On admet par la suite que sa vitesse v, en m.s^{-1}, en fonction du temps t, en s, est solution de l'équation différentielle sur l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$:

$$(E)\ :\quad y' = -5y + 10.$$

1. La fonction constante g définie sur l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$ par $g(t) = 2$ est-elle une solution de l'équation différentielle (E)? Justifier la réponse.

2. Montrer que les solutions de l'équation différentielle (E) sur l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$ sont les fonctions f définies sur cet intervalle par $f(t) = ke^{-5t} + 2$, où k est un nombre réel donné.

3. En admettant le résultat de la question précédente, montrer que la fonction v est donnée sur $[0\ ;\ +\infty[$ par $v(t) = 48e^{-5t} + 2$.

4. La distance parcourue, en mètre, par le parachutiste pendant les 10 premières secondes après ouverture du parachute est donnée par l'intégrale:
$$\int_0^{10} \left(48e^{-5t} + 2\right) dt$$
Calculer cette intégrale (arrondir à 10^{-1}).

Solution :

Exercice 4 : *La Réunion, 2023, STI2D*

Critère 1 : la variation de température d'une boisson doit être inférieure ou égale à 5 °C avec une tolérance de 0, 5 °C au bout de 8 heures pour une température extérieure de $\theta_{\text{ext}} = 20,0$ °C.

On souhaite vérifier le critère 1 dans le cas d'une boisson chaude.
L'évolution de la température (en °C) de la boisson en fonction du temps (en heure) est modélisée par la fonction f solution de l'équation différentielle suivante :

$$(E) : y' = -0,044y + 0,88$$

où y est une fonction définie sur $\mathbb{R}$ et y' sa dérivée.

1. Déterminer l'ensemble des solutions de l'équation différentielle (E).
2. Sachant que la température initiale de la boisson est de 60 °C, montrer que f est définie sur l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$ par :
$$f(t) = 40\mathrm{e}^{-0,044t} + 20.$$
3. En déduire la température de la boisson au bout de 8 heures.

   Indiquer si le critère 1 est vérifié.