Exercice 1 : Tronc commun *(... / 4 points)*

Une entreprise de téléphonie mobile s'intéresse à l'évolution du nombre de ses clients.
En 2024, il y avait 11 900 clients et 12 500 en 2025.

1. Justifier par un calcul que le nombre de clients a augmenté de $5,04\%$ (arrondi au dixième près) entre 2024 et 2025.
2. L'entreprise estime que, chaque année, le nombre de clients augmente de $5,04\%$.
   (a) Combien de clients l'entreprise s'attend-elle à avoir en 2027 ? On arrondira le résultat à l'unité.
   (b) Combien de clients avait-elle en 2023 ? On arrondira le résultat à l'unité.
   (c) Sachant que le nombre de clients augmente de $5,04\%$ par an, déterminer le taux d'évolution mensuel moyen.

Solution :

1. On a le taux d'évolution $t = \dfrac{12\ 500 - 11\ 900}{11\ 900} = 0,0504 = 5,04\%$.
2. (a) L'entreprise s'attend à avoir $12\ 500 \times 1,0504^2 = 13792$ clients en 2027.
   (b) L'entreprise avait $\dfrac{11900}{1,0504} = 11329$ en 2023.
   (c) Le nombre de client augmente de $5,04\%$ par an, on a donc une évolution mensuelle moyenne de $t' = 1,0504^{\frac{1}{12}} - 1 = 0,0041 = 0,41\%$.

Exercice 2 : Tronc commun *(... / 5 points)*
Une agence de voyage interroge ses clients pour déterminer la prochaine éventuelle destination. Parmi les clients interrogés, on remarque que

- 30% des clients sont âgés de plus de 60 ans, les autres ont moins de 60 ans ;
- Parmi les clients âgés de plus de 60 ans, 35% souhaitent voyager au Chili tandis que 45% des moins de 60 ans souhaitent y aller.

On choisit une personne au hasard. On admet que chaque client a la même probabilité d'être choisi. On définit les événements suivants:

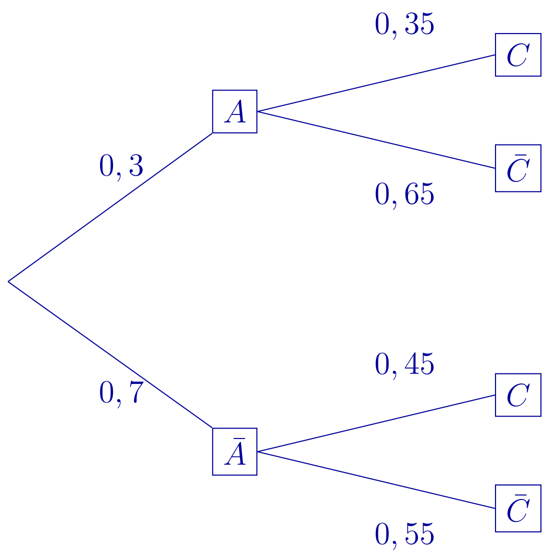
- A : "le client est âgé de plus de 60 ans".
- C : "le client souhaite se voyager au Chili".

1. Donner la probabilité de $\mathbb{P}_A(C)$ à partir des données de l'énoncé.
2. Compléter l'arbre de probabilité ci-dessous :
3. Définir par une phrase l'événement $A \cap C$ puis calculer sa probabilité.
4. Montrer que la probabilité de l'événement C est égale à $0,42$.
5. Calculer la probabilité qu'un client soit âgé de plus de 60 ans, sachant qu'il souhaite voyager au Chili.

Solution :

1. On a $P_A(C) = 0,35$.

2. On a l'arbre de probabilité suivant :



3. On a $A \cap C$: "le client est âgé de plus de 60 ans et souhaite voyager au Chili".
   On a $\mathbb{P}(A \cap C) = 0,3 \times 0,35 = 0,105$.

4. On a $\mathbb{P}(C) = 0,3 \times 0,35 + 0,7 \times 0,45 = 0,42$.

5. On a $\mathbb{P}_C(A) = \dfrac{\mathbb{P}(A \cap C)}{\mathbb{P}(C)} = \dfrac{0,105}{0,42} = 0,25$.

<u>Exercice 3 :</u> Spécialité Maths-Physique *(... / 9 points)*
Dans cet exercice, on s'intéresse à l'évolution de la température annuelle moyenne en France depuis 1900.
On modélise la température moyenne, exprimée en degré Celsius, par une fonction f de la variable t définie sur l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$ par :

$$f(t) = 11,685 + k\mathrm{e}^{0,013t}$$

où k est une constante réelle, et t représente le temps écoulé depuis le 1er janvier 1900, exprimé en année.
On arrondira tous les résultats à 10^{-3} près.

1. Le 1er janvier 1900, la température anuelle moyenne était de 12,10°C.
   Déterminer la valeur de la constante k.

2. On admet que la fonction f est définie sur l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$ par

   $$f(t) = 11,685 + 0,415\mathrm{e}^{0,013t}.$$

   La température annuelle moyenne mesurée le 1er janvier 1997 était de 13,13°C.

   La modélisation choisie semble-t-elle pertinente ?

3. Donner la limite de la fonction f en $+\infty$.

4. (a) Déterminer $f'(t)$, où f' désigne la fonction dérivée de la fonction f sur l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$.
   (b) En déduire le sens de variation de la fonction f sur l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$.

5. (a) Déterminer une primitive F de la fonction f sur l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$.
   (b) On pose $m = \dfrac{1}{124}\displaystyle\int_0^{124} f(t)\,\mathrm{d}t$.
   Exprimer m en fonction de F.
   (c) Donner la valeur de m arrondie à 10^{-2}.
   (d) Interpréter dans le contexte de l'exercice la valeur obtenue à la question c.

Solution :

1. On a $f(0) = 11,685 + k = 12,10$ donc $k = 0,415$.

2. D'après notre modélisation, on aurait que la température moyenne annuelle serait de $f(97) = 13,15$ degré Celsius.
   La température réelle mesurée est de 13,13°C, notre modélisation est donc cohérente vis-à-vis de la réalité.

3. On a que $\lim\limits_{t\to+\infty} e^{0,013t} = +\infty$ car $0,013 > 0$.
   On en déduit donc que $\lim\limits_{t\to+\infty} f(t) = +\infty$.

4. (a) On a $f'(t) = 0,005e^{0,013t}$.
   (b) On a que pour tout $t \in [0;+\infty[$, $f'(t) > 0$, f est donc strictement croissante sur $[0;+\infty[$.

5. (a) On a que $F(t) = 11,685t + 31,923e^{0,013t}$ est une primitive de f sur $[0;+\infty[$.
   (b) On a $m = \dfrac{1}{124}(F(124) - F(0))$.
   (c) On a $m = \dfrac{F(124) - F(0)}{124} = 12,72$.
   (d) Sur une période de 124 ans, entre 1900 et 2024, on a une moyenne de température moyenne annuelle de 12,72°C.