

1 Calcul numérique, ensemble de nombres et intervalles

1.1 Compétences attendues :

- Déterminer si un nombre réel appartient à un intervalle donné
- Associer à chaque point de la droite graduée un unique nombre réel et réciproquement
- Représenter un intervalle de la droite numérique
- Donner un encadrement, d'amplitude donné, d'un nombre réel par des décimaux

1.2 Exercices

Exercice 1:

Parmi \mathbb{R} , \mathbb{Q} , \mathbb{D} , \mathbb{Z} et \mathbb{N} , déterminer le plus petit ensemble de nombres auquel le nombre proposé appartient.

1. $\frac{45}{9} \in \dots$

2. $-144 \in \dots$

3. $\frac{-28}{7} \in \dots$

4. $-75 \in \dots$

5. $-8,61 \in \dots$

6. $\frac{83}{71} \in \dots$

7. $-4\pi \in \dots$

8. $\frac{-56}{5} \in \dots$

9. $\frac{-77}{8} \in \dots$

Exercice 2:

Parmi \mathbb{R} , \mathbb{Q} , \mathbb{D} , \mathbb{Z} et \mathbb{N} , déterminer le plus petit ensemble de nombres auquel le nombre proposé appartient.

1. $\sqrt{256} \in \dots$

2. $-\sqrt{45} \in \dots$

3. $\sqrt{4} \in \dots$

4. $\sqrt{95} \in \dots$

5. $-\sqrt{79} \in \dots$

6. $53 \in \dots$

7. $38 \in \dots$

8. $-\sqrt{87} \in \dots$

9. $\frac{-41}{79} \in \dots$

Exercice 3:

Parmi \mathbb{R} , \mathbb{Q} , \mathbb{D} , \mathbb{Z} et \mathbb{N} , déterminer le plus petit ensemble de nombres auquel le nombre proposé appartient.

1. $\frac{-13}{10} \in \dots$

2. $-3,16 \in \dots$

3. $147 \in \dots$

4. $24 \in \dots$

5. $\frac{-30}{6} \in \dots$

6. $17\pi \in \dots$

7. $\sqrt{225} \in \dots$

8. $\frac{13}{61} \in \dots$

9. $\frac{29}{43} \in \dots$

Exercice 4:

Parmi \mathbb{R} , \mathbb{Q} , \mathbb{D} , \mathbb{Z} et \mathbb{N} , déterminer le plus petit ensemble de nombres auquel le nombre proposé appartient.

1. $\frac{10}{4} \in \dots$

2. $7\pi \in \dots$

3. $2,36 \in \dots$

4. $-53 \in \dots$

5. $-141 \in \dots$

6. $4,04 \in \dots$

7. $\sqrt{81} \in \dots$

8. $\frac{-12}{4} \in \dots$

9. $-\sqrt{15} \in \dots$

Exercice 5:

Calculer :

1. $\frac{5}{3} + \frac{4}{5}$

2. $\frac{7}{4} - \frac{5}{3}$

3. $\frac{3}{2} + \frac{9}{4}$

4. $\frac{10}{2} - \frac{7}{6}$

5. $\frac{9}{2} + \frac{5}{3}$

6. $\frac{4}{5} - \frac{3}{5}$

Exercice 6:

Calculer :

1. $\frac{-21}{-15} \times \frac{12}{63}$

2. $\frac{28}{10} \times \frac{10}{42}$

3. $\frac{15}{49} \times \frac{7}{40}$

4. $\frac{3}{22} \times \frac{-11}{-27}$

5. $\frac{-28}{-25} \times \frac{-10}{21}$

6. $\frac{9}{49} \times \frac{49}{30}$

Exercice 7:

Calculer :

1. $\frac{5}{-7} \div \frac{7}{-10}$

2. $\frac{-3}{5} \div \frac{-1}{6}$

3. $\frac{-3}{-8} \div \frac{-3}{-7}$

4. $\frac{7}{-8} \div \frac{-2}{-5}$

5. $\frac{1}{-7} \div \frac{-7}{9}$

6. $\frac{-1}{6} \div \frac{7}{-8}$

Exercice 8:

Ecrire sous la forme a^n .

1. $\frac{2^3 \times 8}{2^6}$

2. $\frac{8 \times 2}{4^3}$

3. $\frac{2 \times 2^6}{4 \times 4}$

4. $\frac{27^2}{3}$

5. $\frac{3^6 \times 9}{3^3 \times 3^2}$

6. $\frac{4^4}{2}$

Exercice 9:Ecrire sous la forme a^n .

1. $A = \frac{12^2}{(-3)^2}$

3. $C = \frac{(-2)^5}{(-2)^4}$

2. $B = (-3)^2 \times (-2)^2$

4. $D = (2^4)^2$

5. $E = (-9)^5 \times (-9)^2$

6. $F = \frac{(-6)^3}{(-2)^3}$

Exercice 10:

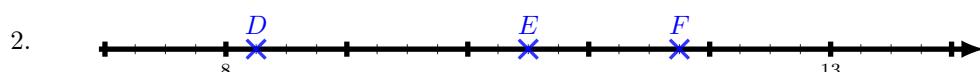
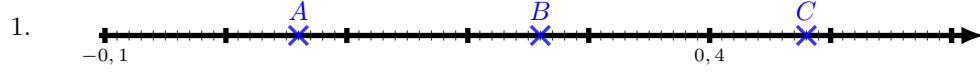
1. Écrire $\sqrt{150}$ sous la forme $a\sqrt{6}$ où a est un entier.
2. Écrire $\sqrt{384}$ sous la forme $a\sqrt{6}$ où a est un entier.
3. Écrire $\sqrt{32}$ sous la forme $a\sqrt{2}$ où a est un entier.
4. Écrire $\sqrt{243}$ sous la forme $a\sqrt{3}$ où a est un entier.

Exercice 11:

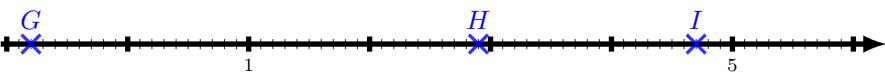
1. Écrire $A = 7\sqrt{640} - 8\sqrt{810} + 4\sqrt{40}$ sous la forme $a\sqrt{10}$ où a est un entier.
2. Écrire $B = -8\sqrt{405} + 4\sqrt{180} - 5\sqrt{245}$ sous la forme $a\sqrt{5}$ où a est un entier.
3. Écrire $C = 6\sqrt{294} + 5\sqrt{600} + 4\sqrt{216}$ sous la forme $a\sqrt{6}$ où a est un entier.
4. Écrire $D = -7\sqrt{891} + 4\sqrt{539} + 3\sqrt{44}$ sous la forme $a\sqrt{11}$ où a est un entier.

Exercice 12:1. Soit $D = \frac{5\sqrt{12}}{2\sqrt{3}}$. A quel ensemble le nombre D appartient-il ?2. On pose $M = \frac{20755}{9488} - \frac{3}{8}$. Ecrire M sous la forme d'une fraction irréductible. Est-il décimal ? Rationnel ? Justifier**Exercice 13:**

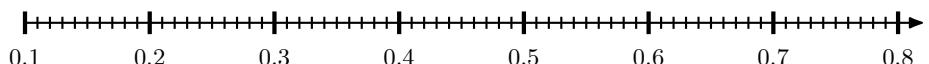
Lire l'abscisse de chacun des points suivants et donner le résultat sous la forme d'un nombre en écriture décimale.



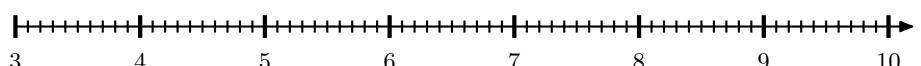
3.

**Exercice 14:**

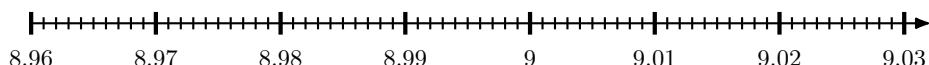
1. Placer les points :
- $A(0,28), B(0,44), C(0,63)$
- .



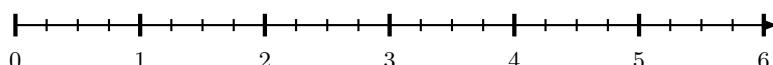
2. Placer les points :
- $D(4,7), E(6,9), F(8,2)$
- .



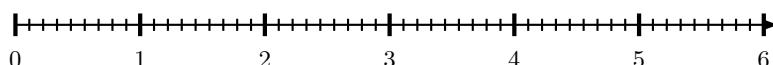
3. Placer les points :
- $G(8,988), H(9,003), I(9,011)$
- .

**Exercice 15:**

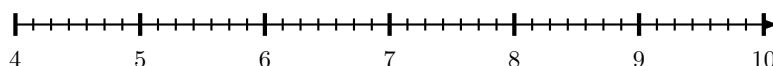
1. Placer les points
- $A\left(\frac{16}{4}\right)$
- ,
- $B\left(\frac{12}{4}\right)$
- et
- $C\left(\frac{5}{4}\right)$
- .



2. Placer les points
- $D\left(\frac{13}{9}\right)$
- ,
- $E\left(\frac{28}{9}\right)$
- et
- $F\left(\frac{2}{9}\right)$
- .



3. Placer les points
- $G\left(\frac{49}{7}\right)$
- ,
- $H\left(\frac{42}{7}\right)$
- et
- $I\left(\frac{54}{7}\right)$
- .



Exercice 16:

1. Déterminer l'intervalle I de \mathbb{R} correspondant à l'inéquation $x > 6$ et représenter l'intervalle sur une droite graduée.
2. Déterminer l'inéquation correspondant à $x \in]10; +\infty[$ et représenter l'intervalle sur une droite graduée.
3. Déterminer l'intervalle I de \mathbb{R} correspondant à l'inéquation $x \geqslant 15$ et représenter l'intervalle sur une droite graduée.
4. Déterminer l'intervalle I de \mathbb{R} correspondant à l'inéquation $12 \leqslant x < 15$ et représenter l'intervalle sur une droite graduée.

Exercice 17:

1. Déterminer l'inéquation correspondant à $x \in [6; 19]$ et représenter l'intervalle sur une droite graduée.
2. Déterminer l'inéquation correspondant à $x \in [12; 24[$ et représenter l'intervalle sur une droite graduée.
3. Déterminer l'intervalle I de \mathbb{R} correspondant à l'inéquation $7 < x < 11$ et représenter l'intervalle sur une droite graduée.

Exercice 18:Compléter par \in ou \notin :

- | | |
|--------------------------|--|
| 1. $1,4 \dots [0; 7]$ | 3. $6 \dots \left[\frac{7}{3}; +\infty\right[$ |
| 2. $-\pi \dots]-3; -1[$ | 4. $-3 \dots]-\infty; -3,5[$ |

Exercice 19:

1. Donner si possible, une écriture simplifiée de $I = [1; 9] \cup [12; +\infty[$
2. Donner si possible, une écriture simplifiée de $I = [8; 17] \cap]20; 40]$
3. Donner si possible, une écriture simplifiée de $I = [14; 43] \cup]21; 61[$

Exercice 20:

1. Donner si possible, une écriture simplifiée de $I = [4; 22] \cup]31; 37]$
2. Donner si possible, une écriture simplifiée de $I =]7; 33] \cap [22; 23]$
3. Donner si possible, une écriture simplifiée de $I = [5; 9] \cap]33; +\infty[$

Exercice 21:

Encadrer chaque nombre à l'unité, puis au dixième, puis au centième.
Dans chaque cas, mettre ensuite en évidence son arrondi.

1. $\sqrt{2}$ (Quand on écrit sur la calculatrice $\sqrt{2}$, elle renvoie : 1,414 213 56.)
2. 3 008,839

Exercice 22:

Encadrer chaque nombre à l'unité, puis au dixième, puis au centième.
Dans chaque cas, mettre ensuite en évidence son arrondi.

1. $\frac{47}{7}$ (Quand on écrit sur la calculatrice $47 \div 7$, elle renvoie : 6,714 285 71.)
2. $\sqrt{28}$ (Quand on écrit sur la calculatrice $\sqrt{28}$, elle renvoie : 5,291 502 62.)

Exercice 23:

1. Calculer A et donner le résultat sous la forme fractionnaire la plus simple possible.

$$A = \frac{14 \times 10^5 \times 35 \times 10^{-3}}{21 \times 10^3}$$

2. Ecrire B sous la forme $a \times 10^n$ avec $a \in \mathbb{N}$ et $n \in \mathbb{Z}$:

$$B = \frac{35 \times 10^{-3} \times 3 \times 10^5}{21 \times 10^{-1}}$$

Exercice 24:

1. Calculer C et donner le résultat en écriture scientifique :

$$C = \frac{5 \times 10^{-3} \times 12 \times 10^6}{15 \times 10^2 \times 8 \times 10^{-5}}$$

2. Donner les écritures décimale et scientifique de :

$$D = \frac{3 \times 10^2 \times 1,2 \times (10^{-3})^4}{0,2 \times 10^{-7}}$$

Exercice 25:

Le train Marseille-Lille part de la gare de Marseille avec 800 passagers. Un quart d'entre eux voyagent en 1^o classe et le reste en 2^o classe. Les trois huitièmes des passagers de la 1^o classe et le sixième des passagers de la 2^o classe descendant en gare de Lyon.

1. Au départ de Marseille, quel est le nombre de passagers en 1^o classe ? En 2^o classe ?
2. En déduire le nombre de personnes de 1^o classe puis de 2^o classe descendant en gare de Lyon.
3. Exprimer alors à l'aide d'une fraction simplifiée la proportion des passagers de 1^o classe puis de ceux de 2^o classe descendant en gare de Lyon par rapport au total des voyageurs.

Exercice 26:

La longueur et la largeur d'un rectangle ont été multipliées respectivement par $\frac{7}{5}$ et $\frac{2}{3}$. Par quel nombre l'aire du rectangle initial a-t-elle été multipliée ? Donner le résultat sous forme de fraction.

Exercice 27:

Un propriétaire terrien a vendu le quart de sa propriété en 2016 puis le tiers du reste en 2019. Quelle fraction de sa propriété lui reste-t-il aujourd'hui ?

1.3 Algorithmes et Python

Exercice 28:

1. Ecrire un programme Python qui donne les dix premières puissances d'un entier a .
2. Modifier le programme pour qu'il détermine la plus grande puissance de a inférieure à un nombre b donné.
3. Modifier le programme pour qu'il détermine la plus petite puissance de a supérieure à un nombre b donné.
4. A partir des programmes précédents, écrire un programme Python qui détermine la première puissance d'un nombre positif a supérieure ou inférieure à une valeur donnée b .

1.4 Approfondissements

Exercice 29:

Sachant que $a = \frac{-2}{21}$ et $b = \frac{5}{-7}$.

Calculer $\frac{a}{b}$, $\frac{b}{a}$, $a \times b$, $a + b$ et $a - b$.

Exercice 30:

Soit :

$$E = \frac{5}{\sqrt{2} + \sqrt{18}} + \frac{3}{\sqrt{2} - \sqrt{18}}$$

Ecrire E sous la forme $a\sqrt{b}$ où a est une fraction irréductible et b un nombre entier.