

1 Fonctions affines

1.1 Compétences Attendues

- Calculer images et antécédents par une fonction affine
- Résoudre algébriquement une équation ou une inéquation
- Résoudre graphiquement une équation ou une inéquation
- Relier sens de variation, signe et droite représentative d'une fonction affine

1.2 Exercices

Exercice 1:

Déterminer, en expliquant, si les fonctions suivantes sont, ou non, des fonctions affines.

- | | |
|--|--|
| 1. $f : x \mapsto 13 \times (3x + 6)$. | 4. $f : x \mapsto -\frac{1}{4}x + \frac{1}{7}$. |
| 2. $f : x \mapsto \frac{x}{9} + \frac{1}{4}$. | 5. $f : x \mapsto \sqrt{5}x + \sqrt{17}$. |
| 3. $f : x \mapsto 4\sqrt{x} + 2$ | 6. $f : x \mapsto -6x^2 - 6x + 7$. |

Exercice 2:

- | | |
|---|---|
| 1. Soit $f : x \mapsto 6x$. Calculer $f(8)$. | 5. Soit $f : x \mapsto \frac{4}{5}x$. Calculer $f(15)$. |
| 2. Soit $f : x \mapsto 6x + 4$. Calculer $f(6)$. | 6. Soit $f : x \mapsto \frac{4}{5}x + 1$. Calculer $f(35)$. |
| 3. Soit $f : x \mapsto 5x + 2$. Calculer $f(-3)$. | 7. Soit $f : x \mapsto 3x$. Calculer $f(-4)$. |
| 4. Soit $f : x \mapsto 3x$. Calculer $f(4)$. | 8. Soit $f : x \mapsto 3x + 2$. Calculer $f(-2)$. |

Exercice 3:

- | | |
|---|---|
| 1. Soit $f : x \mapsto -3x + 2$.
Quel est l'antécédent de 26 ? | 4. Soit $f : x \mapsto -3x - 2$.
Quel est l'antécédent de -14 ? |
| 2. Soit f la fonction qui à x associe $4x$.
Quel est l'antécédent de 28 ? | 5. Soit $f : x \mapsto \frac{5}{2}x$.
Quel est l'antécédent de 25 ? |
| 3. Soit f la fonction qui à x associe $4x$.
Quel est l'antécédent de -8 ? | 6. Soit $f : x \mapsto \frac{3}{5}x + 4$.
Quel est l'antécédent de 19 ? |

Exercice 4:

Soient les fonctions affines suivantes définies sur \mathbb{R} :

$$\bullet f : x \mapsto 3x - 2 \quad \bullet g : x \mapsto \frac{1}{2}x - \frac{3}{2} \quad \bullet h : x \mapsto -x + 4 \quad \bullet k : x \mapsto -3x$$

1. Résoudre algébriquement les équations suivantes :

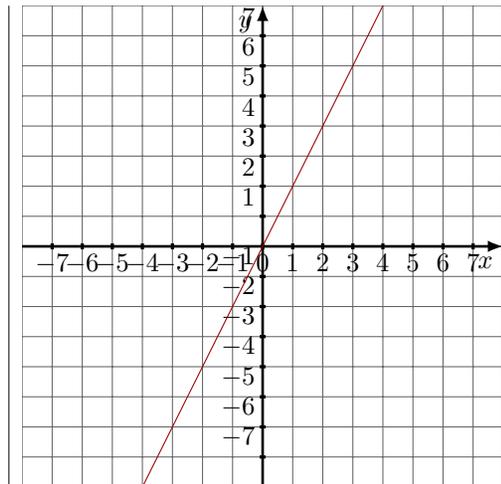
(a) $f(x) = 4$	(e) $h(x) = -10$
(b) $f(x) = 0$	(f) $k(x) = 0$
(c) $g(x) = 0$	(g) $k(x) = -6$
(d) $h(x) = 2$	

2. Résoudre algébriquement les inéquations suivantes :

(a) $f(x) > 4$	(e) $h(x) \leq 0$
(b) $f(x) \leq 0$	(f) $k(x) > 6$
(c) $g(x) \geq 0$	(g) $k(x) \leq 1$
(d) $h(x) < 5$	

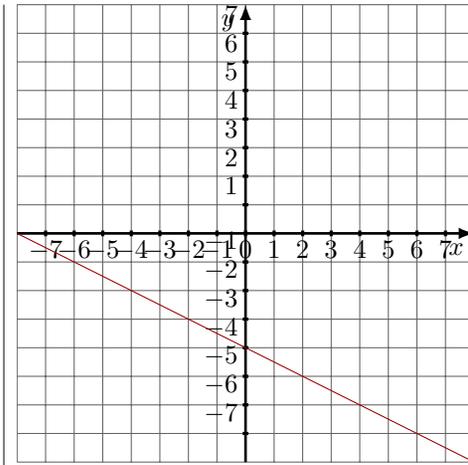
Exercice 5:

1. On a représenté ci-contre une fonction affine f_1 .



- (a) Quel est le coefficient directeur de f_1 ?
- (b) En déduire l'expression algébrique de f_1 .

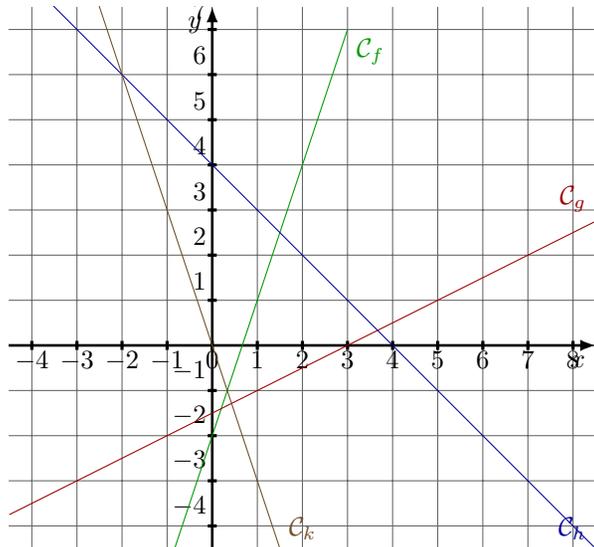
2. On a représenté ci-contre une fonction affine f_2 .



- (a) Quelle est l'ordonnée à l'origine de la fonction f_2 ?
- (b) Quel est le coefficient directeur de f_2 ?
- (c) En déduire l'expression algébrique de f_2 .

Exercice 6:

On considère les fonctions $f ; g ; h$ et k dont les représentations graphiques respectives C_f, C_g, C_h et C_k sont tracées ci-dessous :



1. Résoudre graphiquement les équations suivantes :

- | | | |
|----------------|-----------------|-----------------|
| (a) $f(x) = 4$ | (d) $g(x) = -2$ | (g) $k(x) = 0$ |
| (b) $f(x) = 1$ | (e) $h(x) = 2$ | |
| (c) $g(x) = 0$ | (f) $h(x) = -2$ | (h) $k(x) = -3$ |

2. Résoudre graphiquement les inéquations suivantes :

- | | | |
|--------------------|-------------------|-------------------|
| (a) $f(x) > 4$ | (d) $h(x) < 5$ | (g) $k(x) \leq 0$ |
| (b) $f(x) \leq -2$ | (e) $h(x) \leq 0$ | |
| (c) $g(x) \geq 0$ | (f) $k(x) > 6$ | |

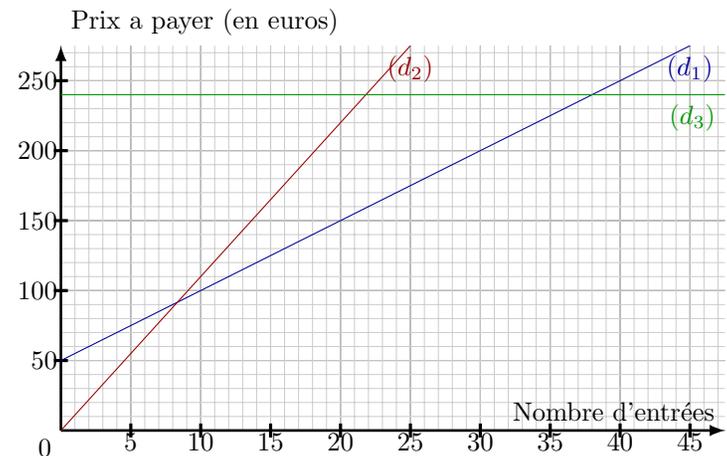
Exercice 7:

Un cinéma propose trois tarifs :

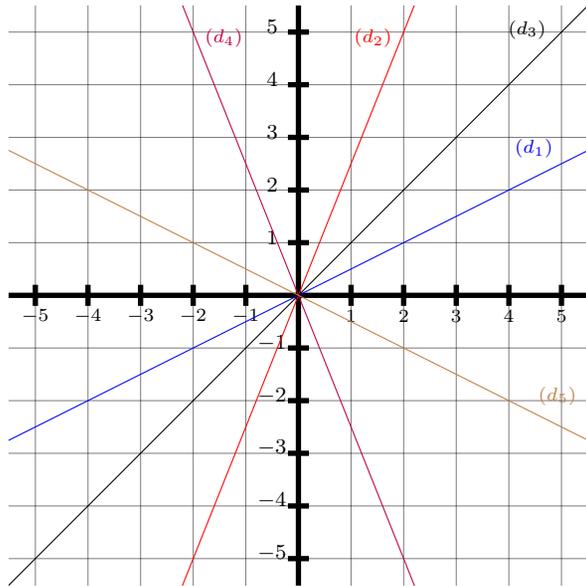
- "Classique" : La personne paye chaque entrée 11 euros.
- "Essentiel" : La personne paye un abonnement annuel de 50 euros puis chaque entrée coûte 5 euros.
- "Liberté" : La personne paye un abonnement annuel de 240 euros avec un nombre d'entrées illimité.

1. Avec le tarif "Classique", une personne souhaite acheter trois entrées au cinéma. Combien va-t-elle payer ?
2. Avec le tarif "Essentiel", une personne souhaite aller huit fois au cinéma. Montrer qu'elle va payer 90 euros.
3. Dans la suite, x désigne le nombre d'entrées au cinéma. On considère les trois fonctions f, g et h suivantes :
 $f : x \mapsto 50 + 5x$ $g : x \mapsto 240$ $h : x \mapsto 11x$
 Associer, en justifiant, chacune de ces fonctions au tarif correspondant.

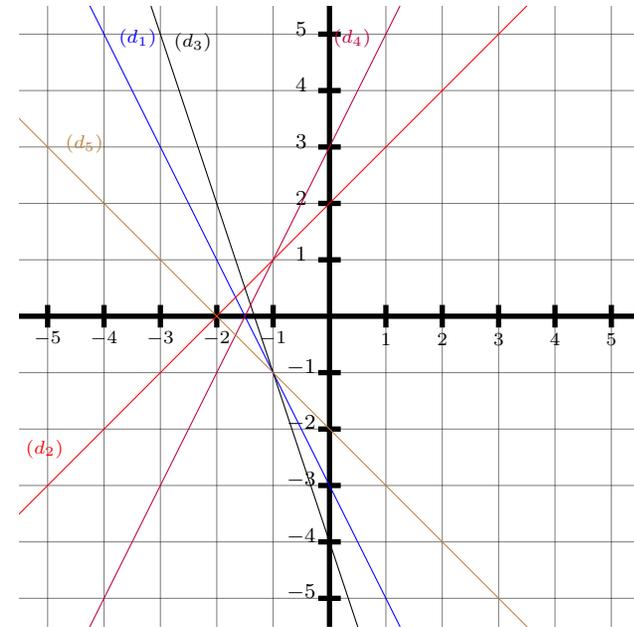
Le graphique ci-dessous représente le prix à payer en fonction du nombre d'entrées pour chacun de ces trois tarifs.



4. A quel tarif correspond chaque droite ? Justifier.
5. Quel tarif propose un prix proportionnel au nombre d'entrée ?
6. Répondre graphiquement aux questions suivantes :
 - (a) Avec 150 euros, combien peut-on acheter d'entrées au maximum avec le tarif "Essentiel" ?
 - (b) A partir de combien d'entrées le tarif "Liberté" devient-il le plus intéressant ?
 - (c) Si on décide de ne pas dépasser un budget de 200 euros, quel est le tarif qui permet d'acheter le plus grand nombre d'entrées ?
7. Retrouver, en résolvant une équation, le résultat de la question 6.(a).
8. Déterminer, en résolvant une inéquation, à partir de combien de places le forfait "Essentiel" est plus intéressant que le forfait "Classique" ?

Exercice 8:

1. Déterminer l'expression de la fonction f_1 représentée par la droite (d_1) .
2. Déterminer l'expression de la fonction f_2 représentée par la droite (d_2) .
3. Déterminer l'expression de la fonction f_3 représentée par la droite (d_3) .
4. Déterminer l'expression de la fonction f_4 représentée par la droite (d_4) .
5. Déterminer l'expression de la fonction f_5 représentée par la droite (d_5) .

Exercice 9:

1. Déterminer l'expression de la fonction f_1 représentée par la droite (d_1) .
2. Déterminer l'expression de la fonction f_2 représentée par la droite (d_2) .
3. Déterminer l'expression de la fonction f_3 représentée par la droite (d_3) .
4. Déterminer l'expression de la fonction f_4 représentée par la droite (d_4) .
5. Déterminer l'expression de la fonction f_5 représentée par la droite (d_5) .

Exercice 10:

1. La fonction f est une fonction affine et on sait que $f(-5) = 22$ et $f(4) = -14$. Déterminer la forme algébrique de la fonction f .
2. La fonction f est une fonction affine et on sait que $f(0) = 5$ et $f(4) = 9$. Déterminer la forme algébrique de la fonction f .
3. La fonction f est une fonction affine et on sait que $f(-2) = -7$ et $f(-1) = -5$. Déterminer la forme algébrique de la fonction f .
4. La fonction f est une fonction affine et on sait que $f(3) = -12$ et $f(4) = -17$. Déterminer la forme algébrique de la fonction f .

Exercice 11:

Représenter graphiquement et donner tableaux de signes et de variation la fonction affine définie par :

1. $f(x) = -\frac{1}{2}x - 2$

2. $f(x) = -2x - 2$

3. $f(x) = -2x - 3$

4. $f(x) = -\frac{3}{2}x + 3$

Exercice 12:

Représenter graphiquement et donner tableaux de signes et de variation la fonction affine définie par :

1. $f(x) = 2x + 3$

2. $f(x) = 4x + 1$

3. $f(x) = -\frac{1}{2}x - 4$

4. $f(x) = -\frac{5}{2}x + 3$

Exercice 13:

On donne le tableau de variations de la fonction affine $f(x) = ax + b$

x	$-\infty$	-4	$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$	0	$+\infty$

- Quel est le signe de a ?
- D'après le tableau, l'image de -4 est 0 . Traduire cette information par une égalité faisant intervenir a et b
- Déterminer a et b sachant que l'image de 0 est 8

Exercice 14:

Sur une autoroute, le prix du péage est de $0,07$ euros par kilomètre. La société qui exploite l'autoroute propose aux usagers un abonnement aux conditions suivantes :

- achat d'une carte annuelle d'un coût de 56 euros.
- 30% de réduction sur le prix du kilomètre aux titulaires de la carte.

- Un automobiliste parcourt 10000 km sur l'autoroute dans l'année.

(a) Combien paie-t-il sans abonnement ?

(b) Combien paie-t-il avec abonnement ?

(c) Quel est le pourcentage d'économie réalisé s'il prend un abonnement ?

2. Les fonctions f et g sont définies de la façon suivante :

- $f(x)$ est le coût du péage pour un automobiliste non abonné parcourant x kilomètres dans l'année.
- $g(x)$ est le coût du péage pour un automobiliste abonné parcourant x kilomètres dans l'année.

(a) Exprimer $f(x)$ en fonction de x .

(b) Montrer que $g(x) = 0,049x + 56$

(c) Représenter graphiquement les fonctions f et g dans un même repère sur l'intervalle $[0; 10000]$. Sur l'axe des abscisses, un centimètre représente 1000 km et sur l'axe des ordonnées, un centimètre représente 100 euros.

(d) Résoudre par le calcul l'inéquation $g(x) \leq f(x)$. En déduire la distance parcourue, arrondie au km, à partir de laquelle l'automobiliste a intérêt à s'abonner.