

# Chapitre 3 : Equations différentielles

Axel Carpentier

Terminale technologique :

Sciences et technologies de l'industrie et du développement durable (STI2D)

# Table des matières

1. Résolution de l'équation différentielle  $y' = ay$
2. Résolution de l'équation différentielle  $y' = ay + b$
3. Exercice bilan

# Résolution de l'équation différentielle $y' = ay$

1. Résolution de l'équation différentielle  $y' = ay$
2. Résolution de l'équation différentielle  $y' = ay + b$
3. Exercice bilan

# Résolution de l'équation différentielle $y' = ay$

## Définition:

L'équation :

$$(E_0) : y' = ay$$

est appelée équation différentielle linéaire homogène du premier ordre à coefficients constants.

Exemple:

- $y' = 5y$
- $2y' + 9y = 0$

# Résolution de l'équation différentielle $y' = ay$

## Théorème:

- Les solutions de  $(E_0) : y' = ay$  sont données par les fonctions :

$$y : x \mapsto Ce^{ax} \quad \text{où} \quad C \in \mathbb{R}$$

- Soit  $x_0, y_0 \in \mathbb{R}$ , il existe une unique solution  $y$  de  $(E_0)$  sachant que  $y(x_0) = y_0$ .

## Remarque

Le deuxième point définit une condition initiale. Sans cette condition initiale, il n'y a pas unicité de la solution.

# Résolution de l'équation différentielle $y' = ay$

## Exercice:

On considère l'équation différentielle  $2y' + 9y = 0$ .

1. Déterminer la forme générale des solutions.
2. Déterminer l'unique solution telle que  $y(2) = 1$ .

# Résolution de l'équation différentielle $y' = ay + b$

1. Résolution de l'équation différentielle  $y' = ay$
2. Résolution de l'équation différentielle  $y' = ay + b$
3. Exercice bilan

# Résolution de l'équation différentielle $y' = ay + b$

## Définition:

L'équation :

$$(E) : y' = ay + b$$

est appelée équation différentielle linéaire du premier ordre à coefficients constants avec second membre.



# Résolution de l'équation différentielle $y' = ay + b$

## Propriété:

Les solutions de  $(E)$  sont les fonctions :

$$x \mapsto Ce^{ax} - \frac{b}{a} \quad \text{où } C \in \mathbb{R}$$

## Exercice:

On considère l'équation différentielle  $2y' + 3y = 2$ .

1. Déterminer la forme générale des solutions.
2. Déterminer l'unique solution telle que  $y(2) = -\frac{1}{3}$

1. Résolution de l'équation différentielle  $y' = ay$
2. Résolution de l'équation différentielle  $y' = ay + b$
3. Exercice bilan

On considère l'équation différentielle  $y' = -\frac{1}{90}y + \frac{7}{30}$ .

1. Déterminer la forme générale des solutions.
2. Déterminer l'unique solution  $f$  telle que  $f(0) = 7$ .