

## Chapitre 5 : Fonctions polynômiales de degré 2

# Table des matières

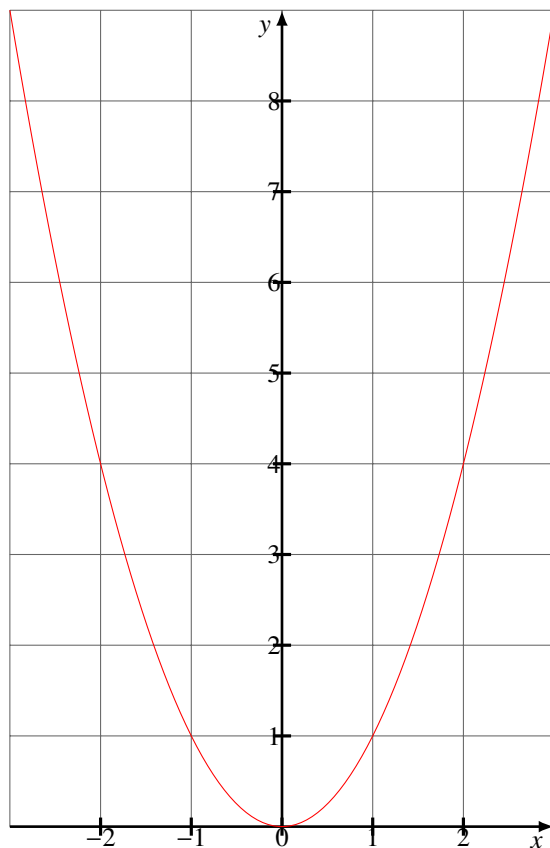
<b>Chapitre 5 : Fonctions polynômiales de degré 2</b> .....	1
Axel CARPENTIER	
Contenu .....	2
1    Rappels et définitions .....	3
2    Représentation graphique .....	4
3    Forme factorisée d'un polynôme du 2nd degré .....	4
4    Signe d'un polynôme de degré 2. ....	5
5    Equations de la forme $x^2 = c$ .....	6
6    Exercice bilan .....	6

## Contenu

- Représentations graphiques des fonctions :  $x \mapsto ax^2$ ,  $x \mapsto ax^2 + b$ ,  $x \mapsto a(x - x_1)(x - x_2)$ .
- Axes de symétrie.
- Racines et signe d'un polynôme de degré 2 donné sous forme factorisée (le calcul des racines à l'aide du discriminant ne figure pas au programme).

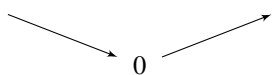
## 1 Rappels et définitions

On connaît bien la fonction carré étudié en classe de seconde :  $x \mapsto x^2$



On peut déterminer son tableau de signe et son tableau de variation sur  $\mathbb{R}$ .

$x$	$-\infty$	$0$	$+\infty$
$x^2$	+	0	+

$x$	$-\infty$	$0$	$+\infty$
$x \mapsto x^2$			

On peut étendre cette définition à des cas plus généraux.

### **Définition:**

On appelle fonction polynôme de degré 2 toute fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  de la forme  $f(x) = ax^2 + bx + c$  où  $a \neq 0$ .

Exemple:

Les fonctions  $f(x) = 3x^2 - 7x + 3$  ;  $g(x) = 3 - 2x^2$  ;  $h(x) = (x - 4)(x + 3)$  sont des polynômes de degré 2

Les fonctions  $F(x) = 6x - 1$  et  $G(x) = x^4 + x^2 + 1$  ne le sont pas.

### **! Remarque**

Cette année, on se contentera d'étudier les fonctions de degré 2 de la forme  $x \mapsto ax^2$  et  $x \mapsto ax^2 + b$ .

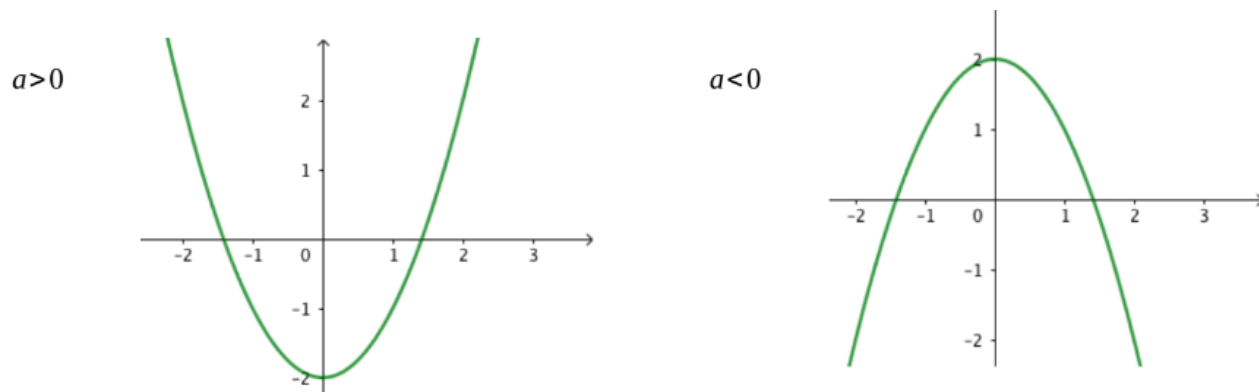
## 2 Représentation graphique

La représentation graphique d'un polynôme du 2nd degré est appelé une parabole.

### Propriété:

Soit  $f$  un polynôme du 2nd degré de la forme  $f : x \mapsto ax^2 + b$ .

- Si  $a > 0$   $f$  est d'abord décroissante puis croissante (forme de "sourire").
- Si  $a < 0$   $f$  est d'abord croissante puis décroissante (forme de "grimace").



Sans savoir sa valeur, le signe de  $a$  donne une information cruciale sur la forme de la représentation graphique de la fonction.

Mais alors que représentent les valeurs  $a$  et  $b$  ?

- $a$  représente l'inclinaison de la pente. Exemple :  $x \mapsto 2x^2$  par rapport à  $x \mapsto x^2$ .
- $b$  représente l'ordonnée à l'origine

### **! Remarque**

Par ailleurs, on dispose d'un axe de symétrie donné par l'axe des ordonnées pour les équations de la forme  $x \mapsto ax^2 + b$ . Faux dans le cas général.

## 3 Forme factorisée d'un polynôme du 2nd degré

### Rappels:

On dit qu'une expression algébrique est...

- ... développée si son opération principale est une addition ou une soustraction.
- ... factorisée si son opération principale est une multiplication ou une division.

Exemple:

L'expression  $x^2 - x - 2$  est développée et l'expression  $(x + 1)(x - 2)$  est factorisée.

Ces deux expressions sont égales.

---

**! Remarque**

Les fonctions de la forme  $x \mapsto a(x - x_1)(x - x_2)$  sont bien des polynômes du 2nd degré.

---

**Définition:**

Soit  $f$  un polynôme du 2nd degré de la forme  $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$

L'équation  $f(x) = 0$  possède deux solutions (possiblement égales)  $x_1$  et  $x_2$  appelées racines de  $f$ .

---

**! Remarque**

Les fonctions de la forme  $x \mapsto a(x - x_1)(x - x_2)$  ont un axe de symétrie donné par la droite  $x = \frac{x_1 + x_2}{2}$

---

Exercice:

On considère la fonction du 2nd degré  $f(x) = 2x^2 + 4x - 6$ .

- Conjecturer une racine de  $f$ .
- Factoriser  $f$ .

## 4 Signe d'un polynôme de degré 2.

Exercice:

Etudier le signe de la fonction  $f(x) = -2(x - 3)(x + 2)$ .

## 5 Equations de la forme $x^2 = c$

### Propriété:

Les solutions sur  $\mathbb{R}$  de l'équation  $x^2 = c$  dépendent du signe de  $c$ .

- Si  $c > 0$ , alors l'équation a deux solutions  $-\sqrt{c}$  et  $\sqrt{c}$ .
- Si  $c = 0$ , alors l'équation a une seule solution 0.
- Si  $c < 0$ , alors l'équation n'a pas de solution réelle.

### Exercice:

Quelles sont les solutions des équations suivantes ?

1.  $x^2 = 16$

2.  $x^2 = -8$

3.  $2x^2 - 8 = 120$

## 6 Exercice bilan

On considère la fonction  $f(x) = (x - 1)(x + 3)$ . Déterminer :

- L'intersection de la courbe de  $f$  avec l'axe des abscisses.
- Son axe de symétrie.
- Les coordonnées de son extremum

Placer au fur et à mesure ces éléments géométriques et tracer la parabole.

