Exercice 1: Automatismes *(. . . / 3 points)*

1. David consacre 25 % de sa journée de mercredi à faire ses devoirs.
   67 % du temps consacré aux devoirs est consacré à faire un exposé.
   La proportion du temps consacré à l'exposé par rapport à la journée de mercredi est égale à :

   (a) $25 \times 0{,}67$ | (b) $\frac{1}{4} \times 67$ | (c) $\boxed{0{,}25 \times 0{,}67}$ | (d) $67\,\% - 25\,\%$

2. Les coordonnées du point d'intersection entre la droite d'équation $y = \frac{x}{3} + 3$ et l'axe des abscisses sont :

   (a) $(0\,;\,-9)$ | (b) $\boxed{(-9\,;0)}$ | (c) $(3\,;\,0)$ | (d) $(9\,;\,0)$

3. On considère la relation $F = a + \frac{b}{cd}$.
   Lorsque $a = \frac{1}{2}$, $b = 6$, $c = 7$ et $d = \frac{1}{7}$, la valeur de F est égale à :

   (a) $\frac{64}{98}$ | (b) $\boxed{\frac{13}{2}}$ | (c) $\frac{91}{2}$ | (d) $\frac{7}{2}$

Exercice 2: Tronc commun *(. . . / 2 points)*

1. Soit $f(x) = 3x^2 - 2x - 1$.
   Vérifier que 1 est une racine de f. En déduire l'autre racine de f puis exprimer f sous forme factorisée.

2. Etudier le signe de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 3(x-1)\left(x + \frac{1}{3}\right)$.

Solution :

1. On a :

$$f(1) = 3 \times 1^2 - 2 \times 1 - 1 = 3 - 2 - 1 = 0 \qquad (1)$$

   1 est donc bien une racine de f.
   On peut donc écrire f sous la forme :

$$f(x) = 3(x-1)(x - x_2) \qquad (2)$$

   Pour déterminer la valeur de x_2, on évalue les deux expressions (1) et (2) en $x = 0$, on a donc :

$$f(0) = 3 \times 0^2 - 2 \times 0 - 1 = -1 \quad \text{et} \quad f(0) = 3(0-1)(0-x_2) = 3x_2$$

   On a donc :

$$3x_2 = -1 \implies x_2 = -\frac{1}{3}$$

   On en déduit l'expression factorisée de f :

$$f(x) = 3(x-1)\left(x + \frac{1}{3}\right)$$

2. • $\boxed{\text{Etape 1 :}}$ On cherche les racines de f.

   On a
$$f(x) = 3(x-1)\left(x+\frac{1}{3}\right) = 0 \implies x = 1 \text{ ou } x = -\frac{1}{3}$$

   • $\boxed{\text{Etape 2 :}}$ On établit le tableau de signe de f.

x	$-\infty$		$-\frac{1}{3}$		1		$+\infty$
3		$+$		$+$		$+$	
$x-1$		$-$		$-$	0	$+$	
$x+\frac{1}{3}$		$-$	0	$+$		$+$	
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Exercice 3: Spécialité Maths-Physique *(. . . / 4 points)*

1. Donner la valeur de $\cos\left(\frac{7\pi}{3}\right)$ et de $\sin\left(-\frac{5\pi}{2}\right)$.
   On pourra s'appuyer sur le cercle trigonométrique.

2. On considère les nombres complexes $z_1 = \frac{1-i}{1+i}$, $z_2 = 4 - 3i$ et $z_3 = 7 - 2i$.
   (a) Exprimer $z_2 + z_3$ sous forme algébrique.
   (b) Exprimer $z_2 \times z_3$ sous forme algébrique.
   (c) Exprimer z_1 sous forme algébrique

Solution :

1. On a $\cos\left(\frac{7\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$ et de $\sin\left(-\frac{5\pi}{2}\right) = -1$

2. (a) $z_2 + z_3 = 4 - 3i + 7 - 2i = 11 - 5i$.
   (b) $z_2 \times z_3 = (4 - 3i)(7 - 2i) = 28 - 8i - 21i + 6i^2 = 22 - 29i$.
   (c) On a $z_1 = \frac{1-i}{1+i} = \frac{(1-i)(1-i)}{(1+i)(1-i)} = \frac{1-2i-1}{1+1} = -i$.

Exercice 1: Automatismes *(.../ 3 points)*

1. David consacre 20 % de sa journée de mercredi à faire ses devoirs.
   55 % du temps consacré aux devoirs est consacré à faire un exposé.
   La proportion du temps consacré à l'exposé par rapport à la journée de mercredi est égale à :

   (a) $20 \times 0{,}55$ | (b) $\dfrac{1}{5} \times 55$ | (c) $\boxed{0{,}2 \times 0{,}55}$ | (d) $55\,\% - 20\,\%$

2. Les coordonnées du point d'intersection entre la droite d'équation $y = \dfrac{x}{8} - 5$ et l'axe des abscisses sont :

   (a) $\boxed{(40\,;0)}$ | (b) $(-5\,;\,0)$ | (c) $(8\,;\,0)$ | (d) $(-40\,;\,0)$

3. On considère la relation $F = a + \dfrac{b}{cd}$.
   Lorsque $a = \dfrac{1}{3}$, $b = 3$, $c = -8$ et $d = -\dfrac{1}{8}$, la valeur de F est égale à :

   (a) $\dfrac{4}{3}$ | (b) $\dfrac{73}{192}$ | (c) $-\dfrac{80}{3}$ | (d) $\boxed{\dfrac{10}{3}}$

Exercice 2: Tronc commun *(.../ 2 points)*

1. Soit $f(x) = 5x^2 - 4x - 1$.
   Vérifier que 1 est une racine de f. En déduire l'autre racine de f puis exprimer f sous forme factorisée.

2. Etudier le signe de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 5(x-1)\left(x + \dfrac{1}{5}\right)$.

Solution :

1. On a :

$$f(1) = 5 \times 1^2 - 4 \times 1 - 1 = 5 - 4 - 1 = 0 \tag{3}$$

1 est donc bien une racine de f.
On peut donc écrire f sous la forme :

$$f(x) = 5(x-1)(x - x_2) \tag{4}$$

Pour déterminer la valeur de x_2, on évalue les deux expressions (3) et (4) en $x = 0$, on a donc :

$$f(0) = 5 \times 0^2 - 4 \times 0 - 1 = -1 \quad \text{et} \quad f(0) = 5(0-1)(0-x_2) = 5x_2$$

On a donc :

$$5x_2 = -1 \implies x_2 = -\frac{1}{5}$$

On en déduit l'expression factorisée de f :

$$f(x) = 5(x-1)\left(x + \frac{1}{5}\right)$$

2. - $\boxed{\text{Etape 1 :}}$ On cherche les racines de f.

  On a
  $$f(x) = 5(x-1)\left(x+\frac{1}{5}\right) = 0 \implies x = 1 \text{ ou } x = -\frac{1}{5}$$

- $\boxed{\text{Etape 2 :}}$ On établit le tableau de signe de f.

x	$-\infty$		$-\frac{1}{5}$		1		$+\infty$
5		$+$		$+$		$+$	
$x-1$		$-$		$-$	0	$+$	
$x+\frac{1}{5}$		$-$	0	$+$		$+$	
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Exercice 3: Spécialité Maths-Physique *(.../ 4 points)*

1. Donner la valeur de $\cos\left(\frac{7\pi}{6}\right)$ et de $\sin\left(-\frac{3\pi}{2}\right)$.
   On pourra s'appuyer sur le cercle trigonométrique.

2. On considère les nombres complexes $z_1 = \frac{2-3i}{1-i}$, $z_2 = 5+i$ et $z_3 = 9-4i$.

   (a) Exprimer $z_2 + z_3$ sous forme algébrique.

   (b) Exprimer $z_2 \times z_3$ sous forme algébrique.

   (c) Exprimer z_1 sous forme algébrique

Solution :

1. On a $\cos\left(\frac{7\pi}{6}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ et de $\sin\left(-\frac{3\pi}{2}\right) = 1$

2. (a) $z_2 + z_3 = 5 + i + 9 - 4i = 14 - 3i$.

   (b) $z_2 \times z_3 = (5+i)(9-4i) = 45 - 20i + 9i - 4i^2 = 49 - 11i$.

   (c) On a $z_1 = \frac{2-3i}{1-i} = \frac{(2-3i)(1+i)}{(1-i)(1+i)} = \frac{2+2i-3i+3}{1+1} = \frac{5}{2} - \frac{1}{2}i$.