1 Vocabulaire des événements

Définition :

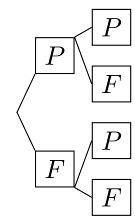
- On note $\Omega = \{x_1; x_2; x_3; ...\}$ l'ensemble des issues possibles, appelé l'univers.
- Un évènement est un sous ensemble de Ω composé d'une ou plusieurs issues (entre accolade).

- L'évènement "A et B" , noté A∩B, est constitué des issues réalisant à la fois A et B.
- L'évènement "A ou B" , noté A∪B, est constitué des issues réalisant A ou B.
- L'évènement contraire de A, noté $\overline{A}$, est constitué des issues de réalisant pas A.

• **Tableau:**
On lance deux dés à 4 face et on calcule le produit obtenu :

	1	**2**	**3**	**4**
1	1	2	3	4
2	2	4	6	8
3	3	6	9	12
4	4	8	12	16

• **Arbre de probabilité :**
On lance une pièce de monnaie deux fois de suite, on peut schématiser cette expérience par un arbre:



2 Probabilité d'un événement

Propriétés :

- $\mathbb{P}(\Omega) =$ et $\mathbb{P}(\emptyset) =$
- $\mathbb{P}(A) \in$
- $\mathbb{P}(A \cup B) =$
- $\mathbb{P}(\overline{A}) =$

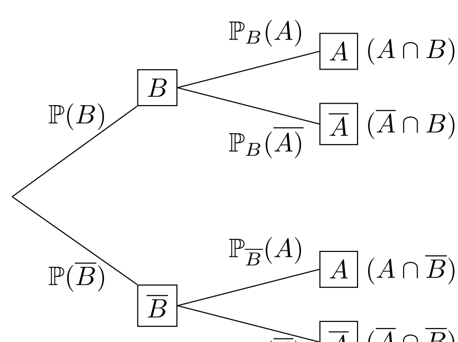
Définition :
On dit qu'il y a équiprobabilité quand :

$$\mathbb{P}(A) = \text{———}$$

3 Probabilités conditionnelles

Définition :
On appelle probabilité de A sachant B, noté $\mathbb{P}_B(A)$ la quantité :

$$\mathbb{P}_B(A) = \text{———} = \text{———}$$



Exemple :
Dans un atelier, deux machines M_1 et M_2 découpent des pièces métalliques identiques. M_1 fournit 60% de la production (parmi lesquelles $6,3\%$ sont défectueuses), le reste étant fourni par M_2 (dont 4% de la production est défectueuse).
La production du jour est constituée des pièces produites par les deux machines, et on en tire en fin de soirée une pièce au hasard (tous les prélèvements sont supposés équiprobables).

1. Dresser un arbre des probabilités conditionnelles relatif à la situation proposée.
2. Quelle est la probabilité de prélever une pièce défectueuse, sachant qu'elle est produite par M_1 ?
3. Quelle est la probabilité de prélever une pièce défectueuse, sachant qu'elle est produite par M_2 ?
4. Quelle est la probabilité de prélever une pièce défectueuse ?

Définition:
Deux événements A et B sont dits indépendants si :

$$\mathbb{P}(A \cap B) =$$

4 Variables aléatoires

Définition:
Une grandeur numérique X prenant, lors d'une expérience aléatoire, des valeurs $x_1, x_2, ..., x_n$ avec des probabilités $p_1, p_2, ..., p_n$ est une **variable aléatoire discrète**.

La **loi de probabilité** de la variable aléatoire X est la fonction qui a chaque valeur associe sa probabilité.

On représentera la loi de probabilité sous forme de tableau :

Valeurs de X : x_i	x_1	x_2	x_3	...	x_n
Probabilité : $\mathbb{P}(X = x_i)$	p_1	p_2	p_3	...	p_n

Exemple:
On dispose d'un jeu de 32 cartes. On tire une carte dans ce jeu, et on attribue à ce tirage la valeur X calculée suivant la règle suivante :

- si la carte est un Roi, X vaut 4 points,
- si la carte est une Dame, X vaut 3 points,
- si la carte est un Valet, X vaut 1 point,
- toutes les autres cartes valent 0 point.

1. Déterminer l'univers Ω.
2. Déterminer l'ensemble E des valeurs prises par X.
3. Donner la loi de probabilité de X.

Définition :
On appelle **espérance** de la variable aléatoire X le réel noté $\mathbb{E}(X)$ qui vaut :

$$\mathbb{E}(X) =$$

4.1 Loi de Bernoulli

Définition:
Une **expérience de Bernoulli** est une expérience qui n'a que deux issues possibles, l'une appelée "succès" qui a pour probabilité p, l'autre appelée "échec" qui a pour probabilité $q = 1 - p$.
Définir une **loi de Bernoulli de paramètre** p, c'est associer une loi de probabilité discrète à cette expérience aléatoire en faisant correspondre la valeur 1 à l'apparition d'un succès et 0 à celle d'un échec.

x_i	1	0
$\mathbb{P}(X = x_i)$		

4.2 Loi binomiale

Définition:
La **loi binomiale de paramètres** n **et** p, notée $\mathcal{B}(n; p)$ est la loi de probabilité du nombre de succès dans la répétition de n expériences de Bernouilli de paramètre p identiques et indépendantes.
Elle est définie par :

$$\mathbb{P}(X = k) =$$

Exemple:
On lance 2 fois un dé bien équilibré. On s'intéresse à l'apparition de la face 6. Déterminer la loi de probabilité représentée par cette situation.

4.3 Loi de Poisson

Définition:
La variable aléatoire X suit une **loi de Poisson de paramètre** λ, notée $\mathcal{P}(\lambda)$ avec $\lambda > 0$ lorsque sa loi de probabilité vérifie :

$$\mathbb{P}(X = k) =$$