1 Fonctions usuelles

1.1 Fonctions affines

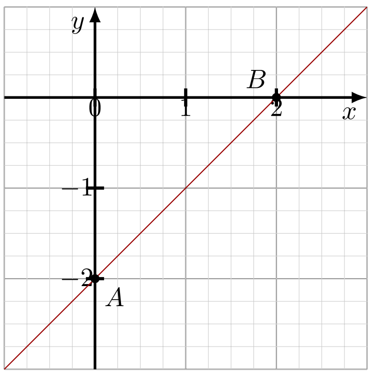
Définition:
Une fonction affine est de la forme :

$$f(x) =$$

où :

- m est ....
- p est ....

Exemple:



- L'intersection de la courbe et de l'axe des ordonnées est en ....
  On a donc $p =$

- La courbe passe par les points $A(\ldots, -\ldots)$ et $B(\ldots;\ldots)$.
  On a donc $m = \frac{\qquad}{\qquad} =$.

On a donc $f(x) =$

1.2 Fonction exponentielle

Définition:
On définit la fonction exponentielle par :

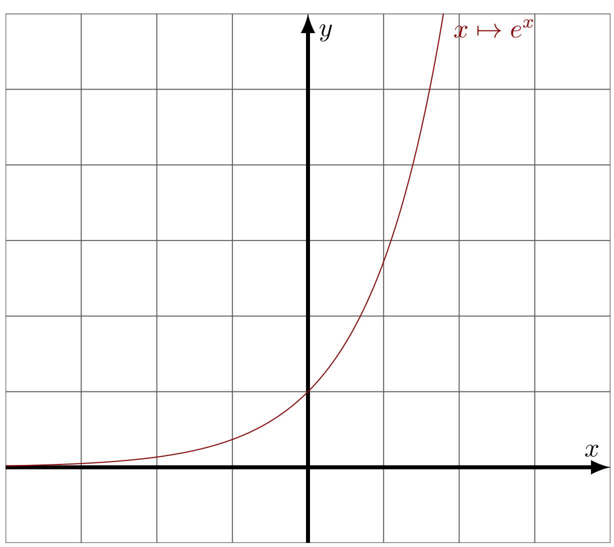
$$\exp : x \mapsto e^x$$

Le réel e est environ égal à $2,718$.

On a :

$$e^0 = \qquad \text{et} \qquad e^1 =$$

La fonction exponentielle est strictement ....et strictement ....



Exemple:
Simplifier les expressions suivantes :

- $A = e^3 \times e^{-4} \times e^2$
- $B = \dfrac{e^{-3}}{e^2}$
- $C = \left(e^{3x}\right)^2$
- $D = e \times (e^x)^{-4}$

1.3 Fonction logarithme népérien

Définition:
On appelle définie la fonction logarithme népérien par :

$$\ln : x \mapsto \ln(x)$$

telle que :

$$\ln(e^x) = \qquad \text{et} \qquad e^{\ln(x)} =$$

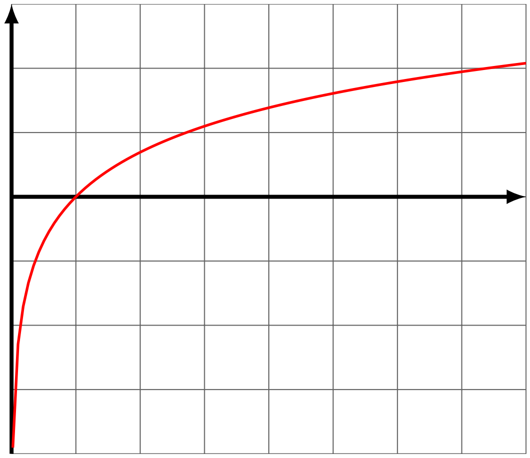
On a :

$$\ln(1) = \qquad \text{et} \qquad \ln(e) =$$

Exemple:
Résoudre les équations suivantes

- $e^{3x+2} = 5$
- $\ln(5x+2) = 3$

La fonction logarithme est définie sur l'intervalle . . . . et est strictement . . . .



Propriété :

- $\ln(a \times b) =$
- $\ln\left(\dfrac{1}{a}\right) =$
- $\ln\left(\dfrac{a}{b}\right) =$
- $\ln(a^n) =$

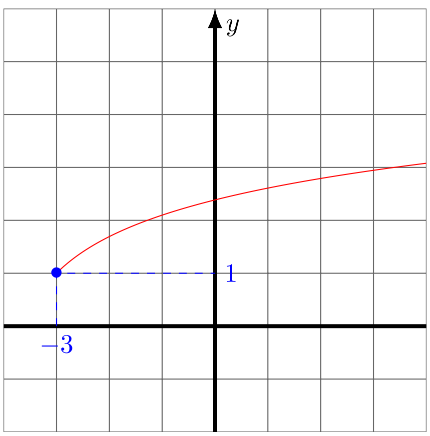
Exemple :
Simplifier les expressions suivantes :

- $A = \ln(1000) - \ln(0,1) + \ln(0,01)$

- $B = \ln(32) - 7\ln(2) + \ln\left(\dfrac{1}{8}\right)$

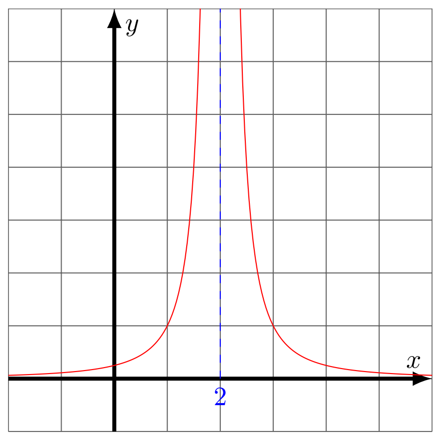
2 Limites

2.1 Limite en un point



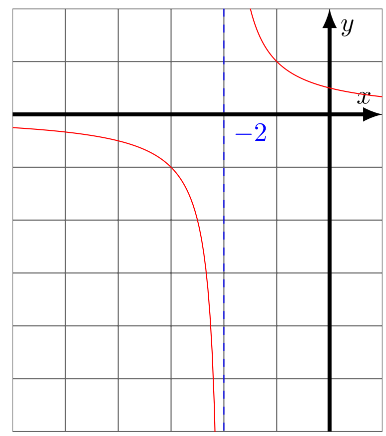
$$\lim_{x \to -3} f(x) = 1$$

Il n'y a pas d'asymptote.



$$\lim_{x \to 2} f(x) = +\infty$$

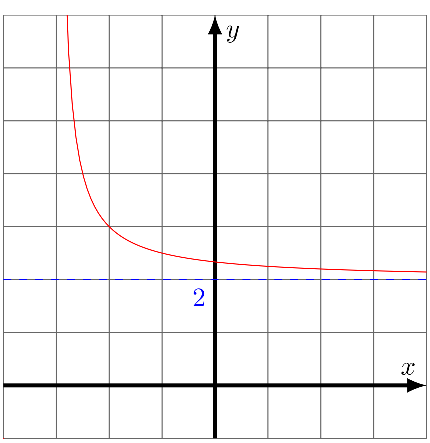
La courbe admet une asymptote verticale d'équation $x = 2$.



$$\lim_{x \to -2^-} f(x) = -\infty$$

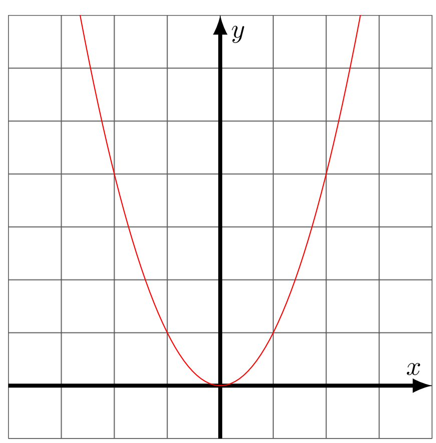
La courbe admet une asymptote verticale d'équation $x = -2$.

2.2 Limite en ∞



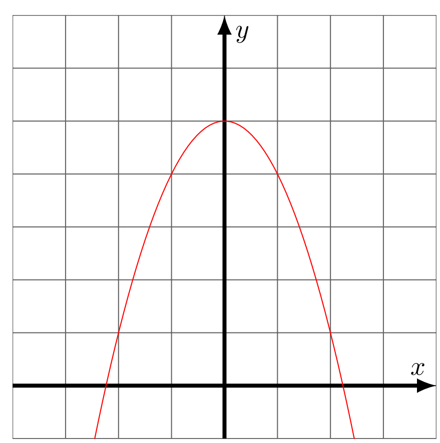
$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = 2$$

La courbe admet une asymptote horizontale d'équation $y = 2$.



$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$$

Il n'y a pas d'asymptote.



$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = -\infty$$

Il n'y a pas d'asymptote.

3 Dérivation

3.1 Dérivée de fonctions usuelles

On obtient le tableau de dérivation suivant :

	Fonction f	**Dérivée** f'
Constante	$f(x) = a$	$f'(x) = 0$
Affine	$f(x) = ax + b$	$f'(x) = a$
Inverse	$f(x) = \dfrac{a}{x}$	$f'(x) = -\dfrac{a}{x^2}$
Racine carrée	$f(x) = \sqrt{x}$	$f'(x) = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$
Puissance	$f(x) = x^n$	$f'(x) = nx^{n-1}$
Logarithme	$f(x) = \ln(x)$	$f'(x) = \dfrac{1}{x}$
Exponentielle	$f(x) = e^x$	$f'(x) = e^x$
Cosinus	$f(x) = \cos x$	$f'(x) = -\sin x$
Sinus	$f(x) = \sin x$	$f'(x) = \cos x$

3.2 Opérations sur les dérivées

On a ci-dessous un récapitulatif d'opérations de dérivation :

Fonction	**Dérivée**
$u + v$	$u' + v'$
uv	$u'v + uv'$
$\dfrac{u}{v}$	$\dfrac{u'v - uv'}{v^2}$
u^n	$nu'u^{n-1}$
$\cos(u)$	$-u' \sin(u)$
$\sin(u)$	$u' \cos(u)$
e^u	$u'e^u$
$\ln(u)$	$\dfrac{u'}{u}$

3.3 Lien entre dérivation et sens de variation d'une fonction

Propriété :

- f est .... si et seulement si ....
- f est .... si et seulement si ....

Exemple:
On cherche à étudier les variations de la fonction :

$$f(x) = 2x^2 + 8x - 5$$

- On commence par déterminer la dérivée de f.
  On a $f'(x) =$
- On étudie le signe de cette dérivée.
- On en déduit les variations de f.
- On trace le tableau de variation de f.

x	$-\infty$	$\cdots$	$+\infty$
$f'(x)$		0	
$f(x)$			

- On cherche les extremums de la fonction f.