Activité 1:
Un joueur doit miser 5 euros pour avoir le droit de tirer une boule d'une urne qui en contient dix : 3 rouges, 5 vertes et les autres sont bleues. Si le joueur tire une boule rouge, il perd sa mise. S'il tire une boule bleue, sa mise lui est rendue. S'il tire une boule verte, on lui donne 8 euros. On note X la variable aléatoire qui, à chaque partie, associe le gain du joueur (ce gain est négatif si le joueur perd de l'argent).

1. Construire un arbre de probabilité illustrant la situation.
2. Décrire l'événement $\{X = 3\}$ et calculer sa probabilité.
3. Quelles sont les valeurs prises par X ?
4. Déterminer la loi de probabilité de X.

Solution :

Activité 2 :
Lors d'une séance de cinéma, on distribue au hasard un billet de loterie aux 250 spectateurs.
Parmi les 250 billets distribués, 5 donnent droit à quatre places gratuites, 15 donnent droit à trois places gratuites, 60 donnent droit à une place gratuite et avec les autres billets on ne gagne rien.

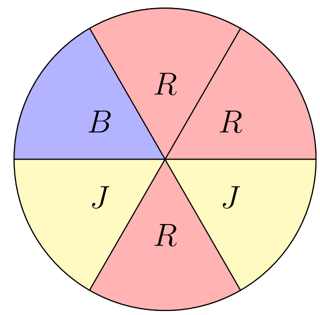
1. On considère un spectateur qui a reçu un billet. Déterminer la probabilité des événements :
   (a) A : "Le spectateur ne gagne rien."
   (b) B : "Le spectateur gagne au moins deux places gratuites."
2. On note X la variable aléatoire désignant le nombre de places gratuites gagnées avec un billet.
   (a) Déterminer, sous forme de tableau, la loi de probabilité de X.
   (b) Calculer la probabilité de l'événement $(X \leq 2)$.
   (c) Calculer l'espérance $\mathbb{E}(X)$.
   (d) Combien faudrait-il de billets faisant gagner une place gratuite pour que $\mathbb{E}(X) = 1$?

Solution :

Activité 3:

1. Une roue de loterie comporte 3 secteurs, portant respectivement les numéros 1,2 et 3. Quand on fait tourner la roue, un repère indique le numéro sortant. La probabilité de sortie du numéro 2 est double de la probabilité de sortie du numéro 1, et la probabilité de sortie du numéro 3 est triple de celle du numéro 1. Calculer les probabilités de sortie respectives des 3 numéros.

2. La roue est maintenant divisée en 6 secteurs égaux ayant chacun la même probabilité de s'arrêter devant le repère.



   - 2 secteurs sont jaunes (marqués J sur la figure);
   - 3 secteurs sont rouges (marqués R sur la figure);
   - 1 secteur est bleu (marqué B sur la figure);

   La règle du jeu est la suivante: Pour participer au jeu, le joueur doit miser une certaine somme et si le jaune sort, il gagne 20 euros, si le bleu sort, il gagne 30 euros et si le rouge sort, il ne gagne rien.

   (a) Dans cette question, on suppose que la mise est de 10 euros. On appelle X la variable aléatoire qui à chaque arrêt de la roue associe le gain effectif (positif ou négatif) du joueur. (Par exemple, si le bleu sort, le gain effectif pour le joueur est de 20 euros).

      i. Donner la loi de probabilité de la variable X

      ii. Calculer son espérance

   (b) L'organisateur du jeu ne souhaite pas que l'espérance de gain du joueur soit positive.
   A quelle valeur minimale, exprimée par un nombre entier d'euros, doit-il fixer le montant de la mise ?

Solution :