1 Loi exponentielle

Exercice 1:
Soit X une variable aléatoire suivant une loi exponentielle d'espérance 500.

1. Déterminer le paramètre λ de cette loi.
2. Calculer $\mathbb{P}(X \leq 5)$ à 10^{-5} près.

Exercice 2:
La durée d'un match de tennis suit une loi exponentielle de paramètre $\lambda = 0,32$.
Quelle est la probabilité que ce match dure plus de cinq heures ? Arrondir au millième.

Exercice 3:
La durée de vie d'un composant électronique suit une loi exponentielle de paramètre $\lambda = 0,225$.

1. Quelle est la probabilité qu'un composant dure moins de 8 ans ? Plus de 8 ans ?
2. Quelle est la probabilité qu'un composant dure plus de 8 ans sachant qu'il a déjà duré plus de 3 ans ?

Exercice 4:
La durée de vie d'un robot, exprimée en années, est une variable aléatoire qui suit une loi exponentielle de paramètre $\lambda = 0,2$.

1. A quel instant t, à un mois près, la probabilité qu'un robot tombe en panne pour la première fois est-elle de 0,5 ?
2. Montrer que la probabilité qu'un robot n'ait pas eu de panne au cours des deux premières années est $e^{-0,4}$.

Exercice 5:
La durée d'attente à une caisse de supermarché, exprimée en minutes, est une variable aléatoire qui suit une loi exponentielle de paramètre $\lambda = 0,04$.

1. Quelle est la probabilité qu'un client attende moins de 5 minutes ?
2. Quelle est la probabilité qu'un client attende plus de 10 minutes ?

Exercice 6:
La durée de vie, exprimée en heures, d'un téléphone portable est une variable aléatoire X qui suit une loi exponentielle de paramètres $\lambda = 0,00026$.

1. Calculer $\mathbb{P}(X \leq 1\ 000)$ et $\mathbb{P}(X \geq 1\ 000)$.
2. Sachant que l'événement $(X \geq 1\ 000)$ est réalisé, calculer la probabilité de l'événement $(X \geq 2\ 000)$.
3. Sachant qu'un téléphone portable a fonctionnée plus de 2 000 heures, quelle est la probabilité qu'il tombe en panne avant 3 000 heures ?

Exercice 7:
On considère une production de lampes pour vidéoprojecteurs. On admet que la variable aléatoire T qui, à toute lampe choisie au hasard dans la production, associe sa durée de vie, suit une loi exponentielle de paramètre λ.

1. Le constructeur annonce que la durée de vie moyenne d'une lampe est de 2 000 heures. En déduire la valeur de λ.
2. Quelle est la probabilité pour que la durée de vie d'une telle lampe soit supérieure à 4 000 heures ?
3. Déterminer le réel t tel que $\mathbb{P}(T \leq t) = 0,7$.
4. Sachant qu'une lampe a fonctionné plus de 2 000 heures, quelle est la probabilité pour qu'elle tombe en panne avant 4 000 heures ?

Exercice 8:
On s'intéresse à une machine à embouteiller prélevée au hasard dans le parc des machines sur le point d'être livrées par le constructeur. On désigne par T la variable aléatoire qui, à toute machine prélevée au hasard dans le parc, associe sa durée de vie avant une défaillance.
On note $\mathbb{P}(T > t)$, la probabilité qu'une machine prélevée au hasard dans le parc n'ait pas de défaillance avant l'instant t, exprimé en jours.
On suppose que $\mathbb{P}(T > t) = e^{-0,005t}$.

1. Calculer la probabilité qu'une machine prélevée au hasard dans le parc fonctionne plus de 200 jours sans panne.
2. Déterminer t ppiur que la probabilité qu'une machine prélevée dans le parc fonctionne plus de t jours, soit égale à $0,8$. Arrodnir à l'entier par défaut.

Exercice 9:
Le laboratoire de physique d'un lycée dispose d'un parc d'oscilloscopes identiques. La durée de vie, exprimée en années, d'un oscilloscope est une variable aléatoire notée X qui suit une loi exponentielle de paramètre $\lambda > 0$. Toutes les probabilités seront données à 10^{-3} près.

1. Sachant que $\mathbb{P}(X > 10) = 0,286$, montrer qu'une valeur approchée de λ à 10^{-3} près est $0,125$.
   On prendre $\lambda = 0,125$ dans la suite de l'exercice.
2. Calculer la probabilité qu'un oscilloscope du modèle étudié ait une durée de vie inférieure à 6 mois.
3. Sachant qu'un appareil a déjà fonctionné huit années, quelle est la probabilité qu'il ait une durée de vie supérieure à 10 ans ?

4. On considère que la durée de vie d'un oscilloscope est indépendante de celle des autres appareils. Le responsable du laboratoire décide de commander 5 oscilloscopes.
   Quelle est la probabilité qu'au moins un oscilloscope ait une durée de vie supérieure à 10 ans ?

2 Loi normale

2.1 Calculs

Exercice 10:
Soit X une variable aléatoire suivant la loi $\mathcal{N}(0;1)$.
On note f la densité de probabilité de X.

1. Tracer la courbe représentative de f sur $[-4;4]$.
2. Hachurer sur cette représentation les régions dont l'aire correspond à :

   (a) $\mathbb{P}(X \leq -2)$ (b) $\mathbb{P}(X \geq 2,5)$ (c) $\mathbb{P}(-1 \leq X \leq 1,5)$

Exercice 11:
La variable aléatoire X suit la loi normale centrée réduite $\mathcal{N}(0;1)$. Calculer les probabilités suivantes :

1. $\mathbb{P}(X \leq 1,35)$
2. $\mathbb{P}(X < -0,76)$
3. $\mathbb{P}(X > 1,78)$
4. $\mathbb{P}(X \geq -2,13)$
5. $\mathbb{P}(-0,5 < X < 1)$
6. $\mathbb{P}(-1,5 \leq X \leq 0,75)$

Exercice 12:
La variable aléatoire X suit la loi normale $\mathcal{N}(13;4)$. Calculer les probabilités suivantes:

1. $\mathbb{P}(X \leq 15)$
2. $\mathbb{P}(X > 11)$
3. $\mathbb{P}(X < 10)$
4. $\mathbb{P}(11 < X < 15)$

Exercice 13:
La variable aléatoire X suit la loi normale $\mathcal{N}(5,3\ ;\ 0,2)$. Calculer les probabilités suivantes :

1. $\mathbb{P}(X \leq 5,35)$
2. $\mathbb{P}(X > 5,4)$
3. $\mathbb{P}(X > 5,28)$
4. $\mathbb{P}(5,27 < X < 5,33)$

Exercice 14:
La variable aléatoire X suit la loi $\mathcal{N}(0;1)$. En utilisant le fait que $\mathbb{P}(X \leq 1) = 0,841$, déterminer sans calculatrice :

1. $\mathbb{P}(X < 1)$
2. $\mathbb{P}(X \leq -1)$
3. $\mathbb{P}(X \geq 1)$
4. $\mathbb{P}(0 \leq X \leq 1)$

Exercice 15:
La variable aléatoire X suit la loi $\mathcal{N}(0;1)$. Déterminer le réel a à 10^{-2} près dans les cas suivants :

1. $\mathbb{P}(x \leq a) = 0,8$
2. $\mathbb{P}(X \leq a) = 0,1$
3. $\mathbb{P}(X \geq a) = 0,05$
4. $\mathbb{P}(-a \leq X \leq a) = 0,95$

Exercice 16:
La variable aléatoire X suit la loi normale $\mathcal{N}(10\ ;\ 6,25)$. Déterminer le réel a à 10^{-2} près dans les cas suivants :

1. $\mathbb{P}(X \leq a) = 0,90$
2. $\mathbb{P}(X \leq a) = 0,05$
3. $\mathbb{P}(X \geq a) = 0,01$
4. $\mathbb{P}(10 - a \leq X \leq 10 + a) = 0,9$

2.2 Applications

Exercice 17:
Une machine fabrique en grande série des pièces d'acier. Soit X la variable aléatoire quin à toute pièce choisie au hasard dans la production hebdomadaire, associe sa longueur en cm. On admet que X suit la loi normale $\mathcal{N}(10\ ;\ 0,02)$.

1. Déterminer les probabilités suivantes :

   (a) $\mathbb{P}(X \leq 10,03)$
   (b) $\mathbb{P}(X \leq 9,972)$
   (c) $\mathbb{P}(9,972 \leq X \leq 10,03)$

2. Déterminer le nombre réel positif a tel que $\mathbb{P}(10 - a \leq X \leq 10 + a) = 0,8$.

Exercice 18:
Une usine fabrique des pièces cylindriques, la variable aléatoire D qui mesure le diamètre, suit une loi normale de moyenne $m = 15$ mm et d'écart-type $\sigma = 0,35$ mm.

1. Le contrôle de la fabrication ne retient que les pièces dont le diamètre est compris entre $14,3$ mm et $15,5$ mm. On considère une production comprenant un très grand nombre de pièces.
   Quelle est dans cette production le pourcentage de pièces valables ?

2. Déterminer le réel positif h pour que le diamètre de 95% de la production appartienne à l'intervalle $[m-h\ ;\ m+h]$.
   Un autre réglage fait apparaître la moyenne $14,9$ mm.
   Quel devrait être l'écart-type pour que 90% des pièces soient conformes au contrôle ?

Exercice 19:
Une machine produit des objets de masse m en gramme. Soit X le variable aléatoire prenant pour valeur la masse des objets produits, X suit une loi normale de moyenne 250 et d'écart type 2. Calculer les probabilités qu'un objet pèse :

1. moins de 251 grammes.
2. plus de 252 grammes.
3. Entre 246 et 254 grammes.

Exercice 20:
Une machine fabrique des condensateurs de capacité 5 μF en très grande série.
La variable aléatoire X mesurant leur capacité suit la loi normale de moyenne $m = 4,96$ μF et d'écart type $\sigma = 0,05$ μF.
On considère qu'un condensateur est acceptable si sa capacité est comprise entre $4,85$ μF et $5,15$ μF.

1. Calculer la probabilité pour qu'un condensateur soit acceptable.
2. La machine est bien réglée si 99% de sa production est acceptable. La machine est-elle bien réglée ?

Exercice 21:
Une machine fabrique des pièces circulaires en série. A chaque pièce tirée au hasard, on associe son diamètre x exprimé en millimètre. On définit ainsi une variable aléatoire X. On suppose que X suit la loi normale de moyenne $\mu = 32$ et d'écart type $\sigma = 1$ (en mm).
Pour être utilisable, une pièce doit satisfaire à la norme suivante: $31 \leqslant x \leqslant 33$.

1. Quelle est la probabilité p qu'une pièce soit utilisable ?
2. Le coût de fabrication d'une pièce est noté f. Dans un lot de 100 pièces fabriquées, le coût de fabrication est donc de $100f$, tandis que le nombre de pièces utilisables est seulement de $100p$.
   Ainsi, le prix moyen de fabrication est: $M = \dfrac{100f}{100p} = \dfrac{f}{p}$.
   (a) Calculer le prix moyen de fabrication avec la machine précédente si $f = 10,80$ euros.
   Pour diminuer le pourcentage de pièces défectueuses, on pourrait utiliser une machine plus moderne: son écart type serait de 0,5 mm et X suivrait alors la loi normale $\mathcal{N}(32; 0,5)$, mais le coût de fabrication serait alors de $f_2 = 12$ euros avec cette nouvelle machine.
   (b) Calculer pour cette nouvelle machine la probabilité p_2 qu'une pièce soit utilisable.
   (c) Déterminer le prix de revient moyen M_2 pour cette nouvelle machine. Commenter.

Exercice 22:
Lorsqu'un avion atterit, il est aussitôt pris en charge par les services du contrôle technique et il fait l'objet d'un entretien dont la durée T, exprimée en minutes, est une variable aléatoire qui suit la loi normal de moyenne 50 et d'écart type 5.
A la fin de cet entretien, l'avion est prêt à décoller.
Les résultats seront donnés à 10^{-2} près.

1. Un avion atterit, calculer la probabilité pour que le délai d'attente soit supérieure à 55 minutes.
2. Calculer la probabilité pour qu'un avion soit prêt à décoller entre 40 et 60 minutes après son atterissage.
3. Trouver le nombre t tel que la probabilité d'avoir un délai d'attentre compris entre $50-t$ et $50+t$ soit au moins égal à $0,99$.

Exercice 23:
Une enquête concernant les montants des tickets de caisse a été effectuée dans un supermarché. On note X la variable aléatoire égale au montant d'un ticket de caisse, exprimé en euros. On admet que X suit la loi normale d'espérance mathématiques $\mathbb{E}(X) = 50$ et d'écart type $\sigma = 20$.

1. Quelle est la probabilité p pour que le montant d'un ticket de caisse dépasse 40 euros ?
2. E est l'événement $(50 - a \leq X \leq 50 + a)$. Déterminer le nombre réel a tel que la probabilité de E soit égale à $0,9$.

Exercice 24:
Une chaîne de supermarchés, spécialisée dans la vente du matériel de bricolage, vend des sacs aux clients pour le transport des achats.
D'après le fournisseur des sacs, la charge maximale, en kilogrammes, qu'un sac peut supporter est une variable aléatoire X qui suit la loi normale de moyenne 50 et d'écart type 4.

1. Calculer la probabilité des événements $(X \geq 55)$ et $(48 \leq X \leq 52)$ à 10^{-4} près.
2. Calculer le réel r tel que la probabilité de l'événement $(X < r)$ soit égale à $0,025$. Donner l'entier le plus proche de r.

Exercice 25:
On prélève au hasard une botte de paille destinée à l'isolation dans un stock important d'une entreprise.

1. On note X la variable aléatoire qui, à chaque botte ainsi prélevée, associe son épaisseur exprimée en millimètres. On admet que X suit une loi normale de moyenne 360 et d'écart type 18.
   Calculer la probabilité $\mathbb{P}(350 \leq X \leq 370)$.

2. On note Y la variable aléatoire qui, à chaque botte prélevée dans la production de cette journée, associe sa densité exprimée en kg.m^{-3}. On admet que Y suit une loi normale de moyenne 100 et d'écart type 5.
   Calculer la probabilité qu'une botte prélevée dans la production de cette journée ait une densité compris entre 90 kg.m^{-3} et 110 kg.m^{-3}.

3. On suppose que les variables aléatoires X et Y sont indépendantes.
   Une botte de paille est conforme aux normes d'isolation si son épaisseur, exprimée en millimètres, appartient à l'intervalle $[350; 370]$ et si sa densité, exprimée en kg.m^{-3}, appartient à l'intervalle $[90; 110]$.
   Calculer la probabilité qu'une botte prélevée dans la production de cette journée soit conforme aux normes d'isolations.

2.3 Approximation d'une loi binomiale

Exercice 26:
Une entreprise dispose d'un parc de 25 machines du même type, fonctionnant indépendamment les unes des autres.
Au cours d'une journée une machine peut-être en panne ou fonctionner correctement, la probabilité qu'elle tombe en panne étant de 0,035.

1. Soit X la variable aléatoire prenant pour valeur le nombre de machines tombées en panne un jour donné parmi les 25 utilisées.
   On admettra que cette variable aléatoire suit une loi binomiale de paramètres $n = 25$ et $p = 0,035$.
   (a) Donner l'espérance mathématique et la variance de X.
   (b) Déterminer à 10^{-3} près les probabilités des événements suivants:
      i. aucune machine ne tombe en panne un jour donné ;
      ii. au moins 2 machines tombent en panne au cours d'une journée

2. Si une machine tombe en panne au cours d'une journée, on fait appel au service de dépannage qui effectue la réparation pour que la machine soit en service le lendemain.
   Soit Y la variable aléatoire prenant pour valeur le temps de réparation en heures. On admet que Y suit la loi normale de moyenne 3 heures et d'écart type 1,5 heures.
   Déterminer les probabilités des événements suivants:
   (a) La réparation d'une machine dépasse 6 heures ;
   (b) La réparation d'une machine dure moins de 1,5 heures.

Exercice 27:

1. Une étude statistique a permis d'estimer que la probabilité qu'une personne choisie au hasard dans la clientèle d'un certain supermarché effectue un achat au rayon crémerie est $0,45$.
   On observe 100 clients pris au hasard dans ce supermarché. On suppose que ces clients font leurs achats en toute indépendance. Soit X la variable aléatoire mesurant le nombre de ces personnes qui achètent un article au rayon crémerie.
   (a) Expliquer pourquoi X suit une loi binomiale et préciser les paramètres de cette loi.
   (b) Calculer l'espérance mathématique de X, puis la valeur arrondie à l'entier le plus proche de l'écart type de X.

2. On décide d'approcher la loi de la variable aléatoire discrète X par la loi normale $\mathcal{N}(45; 5)$. Utiliser cette approximation pour :
   (a) Calculer la probabilité qu'au moins 50 des 100 clients observés effectuent un achat au rayon crémerie, c'est-à-dire calculer la probabilité de l'événement $(X \geq 49,5)$.
   (b) Calculer la probabilité de l'événements suivant : "Parmi les 100 clients observés, le nombre de ceux qui effectuent un achat au rayon crémerie est strictement compris entre 30 et 60", c'est-à-dire calculer la probabilité de l'événement $(30,5 \leq X \leq 59,5)$.

Exercice 28:
Dans une entreprise, un stage de formation à l'utilisation d'un nouveau logiciel de gestion a été suivi par 25% du personnel. Ainsi, la probabilité qu'une personne choisie au hasard dans l'entreprise ait suivi ce stage est $p = 0,25$.
On choisit au hasard n personnes de cette entreprise. On suppose l'effectif suffisamment important pour assimiler ce choix à un tirage avec remise.

1. Dans cette question, $n = 10$.
   On note X la variable aléatoire qui, à tout ensemble de 10 personnes ainsi choisies, associe le nombre de personnes ayant suivi le stage.
   (a) Expliquer pourquoi X suit une loi binomiale. Indiquer les paramètres de cette loi.

(b) Déterminer, à 10^{-2} près, la probabilité des événements suivants :

- E_1 : "Parmi 10 personnes choisies au hasard, exactement 2 personnes ont suivi le stage" ;
- E_2 : "Parmi 10 personnes choisies au hasard, au plus une personne a suivi le stage".

2. Dans cette question, $n = 500$.
On note Y la variable aléatoire qui, à tout ensemble de 500 personne ainsi choisies, associe le nombre de personnes ayant suivi le stage. On admet que la variable aléatoire Y suit la loi binomiale de paramètres $n = 500$ et $p = 0,25$.

   (a) Déterminer l'espérance mathématique de la variable aléatoire Y. En donner une interprétation.
   Déterminer une valeur approchée, arrondie à $0,1$ près, de l'écart type de la variable aléatoire Y.

   (b) On décide d'approcher la loi de la variable aléatoire Y par la loi normale de moyenne 125 et d'écart type $9,7$.
   On note Z une variable suivant cette loi. En utilisant cette approximation, calculer la probabilité qu'au plus 120 personnes, parmi les 500 choisies au hasard, aient suivi le stage, c'est-à-dire $\mathbb{P}(Z \leq 120,5)$.

Exercice 29:
On lance un dé non truqué, la partie est gagnée si on obtient un 5 ou un 6. On jour 50 parties de suite. On arrondira tous les résultats à 10^{-2} près.

1. On considère la variable aléatoire X qui associe le nombre de parties gagnées au cours d'une suite de 50 parties.

   (a) Justifier que la variable aléatoire X suit une loi binomiale dont on déterminera les paramètres.

   (b) Calculer la probabilité de l'événement E : "On gagne 15 parties".

   (c) Calculer la probabilité de l'événement F : "On gagne 15, ou 16 ou 17 parties".

2. On décide d'approcher la loi de la variable aléatoire X par la loi normale de moyenne $\mu = \frac{50}{3}$ et d'écart type $\sigma = \frac{10}{3}$.
On note Y une variable aléatoire suivant cette loi normale.
Donner une valeur numérique de $\mathbb{P}(Y \geq 17,5)$ et interpréter ce résultat.

Exercice 30:
Une compagnie utilise des avions d'une capacité de 320 passagers. Une étude statistique montre que 5 passagers sur 100 ayant réservé ne se présente pas à l'embarquement.
On considèrera ainsi que la probabilité qu'un passager ayant réservé ne se présente pas à l'embarquement est de 0,05.

1. La compagnie accepte 327 réservations sur un vol. Soit X la variable aléatoire indiquant le nombre de passagers se présentant à l'embarquement.

   (a) Quelle est la loi suivie par X ?

   (b) Par quelle loi normale peut-on approcher la loi de X ?
   Les paramètres de la loi seront déterminés à 10^{-2} près.

   (c) En utilisant l'approximation par la loi normale, calculer $\mathbb{P}(X \leqslant 320,5)$.
   Penser vous que le risque pris par la compagnie en acceptant 327 réservations soit important ?

2. Serait-il raisonnable pour la compagnie d'accepter sur ce même vol 330 réservations ? 335 réservations ?

Exercice 31:
Dans une fabrication automatique d'un grand nombre de pièces, on considère que la proportion de pièces défectueuses est constante.
Une étude statistique permet de considérer qu'une pièce prise au hasard dans la production a une probabilité de 6.10^{-4} d'être défectueuse.

1. Les pièces sont livrées par boîte de 30. On assimile le prélèvement de 30 pièces à 30 tirages avec remise. On appelle X la variable aléatoire qui associe à toute boîte le nombre pièces défectueuses contenues dans cette boîte.

   (a) Donner la loi de probabilité de X.

   (b) Donner à 10^{-4} près les probabilités $\mathbb{P}(X = 0)$, $\mathbb{P}(X = 1)$, $\mathbb{P}(X = 2)$ et $\mathbb{P}(X = 3)$.

   (c) Une boîte étant prise au hasard, quelle est la probabilité que cette boîte contienne au moins 29 pièces défectueuses ?

2. On considère une livraison de 1 000 boîtes. On admet que la probabilité d'avoir une boîte parfaite (sans pièce défectueuse) est de 0,982. On assimile cette livraison de 1 000 boîtes à 1 000 tirages avec remise.
On désigne par Y la variable aléatoire qui associe à toute livraison de 1 000 boîtes le nombre de boîtes parfaites.

   (a) Donner la loi de probabilité de Y. Préciser son espérance mathématique et son écart type.

   (b) En utilisant l'approximation par la loi normale, montrer que ces conditions sont vérifiées.
   Quelle est la probabilité d'avoir au moins 975 boîtes parfaites ?

3 Problèmes

Problème 1:
Une entreprise gabrique, en grande quantité des pièces métalliques rectangulaires dont les cotes sont exprimées en millimètres.
Un contrôle de qualité consiste à vérifier que la longueur et la largeur des pièces sont conformes à la norme en vigueur. Tous les résultats seront arrondies à 10^{-3}.

1. On note E l'événement : "Une pièce prélevée au hasard dans le stock de l'entreprise est conforme". On suppose que la probabilité E est $0,9$.
   On prélève au hasard 10 pièces dans le stock. Le stock est assez important pour que l'on puisse assimiler ce prélèvement à un tirage avec remise de 10 pièces.
   On considère la varianle aléatoire X qui, à tout prélèvement de 10 pièces, associe le nombre de pièces conformes parmi ces 10 pièceS.
   (a) Justifier que la variable aléatoire X suit une loi binomiale dont on déterminera les paramètres.
   (b) Calculer la probabilité que, dans un tel prélèvement, 8 pièces au moins soient conformeS.
2. Une partie des pièces de la production de l'entrepise est fabriquée par une machine automatique notée "machine 1".
   Soient M et N les variables aléatoires qui, à chaque pièce prélevée au hasard dans un lot très important fabriqué par la machine 1, associent respectivement sa longueur et sa largeur.
   On suppose que M suit une loi normale de moyenne $\mu_1 = 250$ et d'écart type $\sigma_1 = 1,94$.
   On suppose que N suit une loi normale de moyenne $\mu_2 = 150$ et d'écart type $\sigma_2 = 1,52$.
   (a) Calculer la probabilité que la longueur d'une pièce prélevée au hasard dans ce lot soit comprise entre 246 et 254.
   (b) Calculer la probabilité que la largeur d'une pièce prélevée au hasard dans ce lot soit comprise entre 147 et 153.
   (c) Une pièce est conforme si sa longueur est comprise entre 246 et 254 et si sa largeur est comprise entre 147 et 153. On admet que les variables M et N sont indépendantes.
   Montrer que la probabilité qu'une pièce soit prélevée au hasard dans ce lot soit conforme est $0,914$.

Problème 2:
Une entreprise fabrique des rivets de différents types pour la construction :
des "C 8.25" et des "R 8.25".

Partie A :

Pour les rivets de type "C 8.25", deux défaut de fabrication seulement sont possibles: un défaut de diamètre et un défaut de longueur.

Une étude statistique permet d'admettre que, pour un rivet choisi au hasard dans la production d'une journée, la probabilité de l'événement A : "le rivet possède un défaut de diamètre" est $\mathbb{P}(A) = 0,02$ et la probabilité de l'événement B : "le rivet possède un défaut de longueur est $\mathbb{P}(B) = 0,03$.

On admet que les événements A et B sont indépendants.
Calculer, à 10^{-4} près, la probabilité de chacun des événements suivants :

1. E_1 : "Le rivet possède les deux défauts" ;
2. E_2 : "Le rivet possède au moins un défaut" ;
3. E_3 : "Le rivet ne possède aucun des deux défauts".

Partie B :

Les rivets de type "R 8.25" sont expédies par deux succursales S_1 et S_2.
On désigne par Y_1 la variable aléatoire qui, à un jour choisi au hasard parmi les jours ouvrables de 2013, associe la quantité de rivets, exprimée en kilogrammes, expédiée par la succursale S_1.
On désigne par Y_2 la variable aléatoire qui, à ce même jour, associe la quantité de rivets, exprimée en kilogrammes, expédiée par la succursale S_2.

Une étude statistique antérieure permet d'admettre que la variable aléatoire Y_1 suit la loi normale de moyenne 50 et d'écart type 3 tandis que la variable aléatoire Y_2 suit la loi normale de moyenne 55 et d'écart type 4.
On suppose que Y_1 et Y_2 sont deux variables aléatoires indépendants.

1. Calculer, à 10^{-3} près, la probabilité de chacun des deux événements suivants :
   (a) A : $(50 \leq Y_1 \leq 55)$
   (b) B : "Un jour ouvrable de 2013 choisi au hasard, on a expédié entre 50 kg et 55 kg de rivets de types "R 8.25" à partir de la succursale S_2".
2. On désigne par Y la variable aléatoire qui, à un jour choisi au hasard parmi les jours ouvrables de 2005, associe la somme des quantités expédiées par les deux succursales S_1 et S_2.

   On a $Y = Y_1 + Y_2$ et on admet que Y suit une loi normale. On admet que la loi normale suivie par Y a pour moyenne 105 et pour écart type 5.
   Calculer, à 10^{-3} près, la probabilité de l'événement C : $(100 \leq Y \leq 110)$.