NOM Prénom :

Interrogation 8 - Sujet A - 20 minutes — Tle tronc commun (Contrôle continue)

Exercice 1: Automatismes *(.../ 3 points)*

1. On donne la série suivante : 5 ; 8 ; 6 ; 8 ; 10.
   Quelle valeur faut-il ajouter à la série pour que sa moyenne soit égale à 8 ?
2. La probabilité d'un événement A est $\frac{7}{11}$ Quelle est la probabilité de son événement contraire ?
3. On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 7 - \dfrac{6}{5}(x-5)^2$.
   Déterminer l'image de 6 par la fonction f.

Solution :

1. On résout $\dfrac{5+8+6+8+10+n}{6} = 8$. On a donc $37+n = 48$ et donc $n = 11$.
2. La probabilité de $\overline{A}$ est donc $1 - \dfrac{7}{11} = \dfrac{4}{11}$.
3. On a $f(6) = 7 - \dfrac{6}{5} = \dfrac{29}{5}$.

Exercice 2: Tronc commun *(.../ 5 points)*

L'unité d'intensité du son utilisée dans cet exercice est le décibel (dB). Une source sonore émet un son d'intensité 120 dB ($u_0 = 120$). On appelle u_n l'intensité du son mesurée après la traversée de n plaques d'isolation phonique, sachant que chaque plaque d'isolation absorbe 5% de l'intensité du son qui lui parvient.

Par exemple, $u_1 = u_0 - \dfrac{5}{100}u_0$.

1. Calculer u_1, u_2 et u_3.
2. Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n. En déduire la nature de la suite (u_n).
3. Donner l'expression de u_n en fonction de u_0 et de n.
4. Quelle intensité sonore obtient-on avec dix plaques d'isolation phonique ?
5. Déterminer à partir de quelle valeur de n l'intensité du son devient inférieure à 1 dB.

Solution :

1. On a $u_1 = 0,95 \times 120 = 114$ et $u_2 = 0,95 \times 114 = 108,3$ et $u_3 = 0,95 \times 108,3 = 102,885$.
2. On a $u_{n+1} = 0,95 \times u_n$. C'est donc une suite géométrique de raison $0,95$.
3. On a donc $u_n = 120 \times 0,95^n$.
4. On a $u_{10} = 120 \times 0,95^{10} = 71,85$.
5. On cherche n tel que $u_n \leq 1$.
   On résout donc $120 \times 0,95^n \leq 1 \implies 0,95^n \leq \frac{1}{120} \implies n\log(0,95) \leq \log(\frac{1}{120}) \implies n \geq \dfrac{\log(\frac{1}{120})}{\log(0,95)} \simeq 93,33$.
   Il faut donc 94 plaque phoniques.

Exercice 3: Spécialité Maths-Physique *(. . . / 3 points)*
Soit l'équation différentielle $y' = -5y + 10$.

1. Déterminer l'ensemble des fonctions définies sur $\mathbb{R}$ qui sont solutions de cette équation.
2. Déterminer la fonction f, solution de cette équation, avec pour nombre dérivé $f(0) = 15$.
3. Déterminer la limite de f en $+\infty$.

Solution :

1. On a $y(x) = Ce^{-5x} + 2$ avec C une constante.
2. On a $f(0) = C + 2 = 15 \implies C = 13$.
   On a donc la solution $f(x) = 13e^{-5x} + 2$.
3. On a $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 2$.

Exercice 1: Automatismes *(. . . / 3 points)*

1. On donne la série suivante : 7 ; 5 ; 2 ; 3 ; 10.
   Quelle valeur faut-il ajouter à la série pour que sa moyenne soit égale à 9 ?
2. La probabilité d'un événement A est $\frac{8}{23}$ Quelle est la probabilité de son événement contraire ?
3. On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 9 - \dfrac{5}{4}(x-4)^2$.
   Déterminer l'image de 3 par la fonction f.

Solution :

1. On résout $\dfrac{7+5+2+3+10+n}{6} = 9$. On a donc $27+n = 54$ et donc $n = 27$.
2. La probabilité de $\overline{A}$ est donc $1 - \dfrac{8}{23} = \dfrac{15}{23}$.
3. On a $f(3) = 9 - \dfrac{5}{4} = \dfrac{31}{4}$.

Exercice 2: Tronc commun *(. . . / 5 points)*
L'unité d'intensité du son utilisée dans cet exercice est le décibel (dB). Une source sonore émet un son d'intensité 90 dB ($u_0 = 90$). On appelle u_n l'intensité du son mesurée après la traversée de n plaques d'isolation phonique, sachant que chaque plaque d'isolation absorbe 15% de l'intensité du son qui lui parvient.
Par exemple, $u_1 = u_0 - \dfrac{15}{100}u_0$.

1. Calculer u_1, u_2 et u_3.
2. Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n. En déduire la nature de la suite (u_n).
3. Donner l'expression de u_n en fonction de u_0 et de n.
4. Quelle intensité sonore obtient-on avec dix plaques d'isolation phonique ?
5. Déterminer à partir de quelle valeur de n l'intensité du son devient inférieure à 1 dB.

Solution :

1. On a $u_1 = 0,85 \times 90 = 76,5$ et $u_2 = 0,85 \times 76,5 = 65,025$ et $u_3 = 0,85 \times 65,025 = 55,27$.
2. On a $u_{n+1} = 0,85 \times u_n$. C'est donc une suite géométrique de raison $0,85$.
3. On a donc $u_n = 90 \times 0,85^n$.
4. On a $u_{10} = 90 \times 0,85^{10} = 17,72$.
5. On cherche n tel que $u_n \leq 1$.
   On résout donc $90 \times 0,85^n \leq 1 \implies 0,85^n \leq \frac{1}{90} \implies n\log(0,85) \leq \log(\frac{1}{90}) \implies n \geq \dfrac{\log(\frac{1}{90})}{\log(0,85)} \simeq 27,69$.
   Il faut donc 28 plaque phoniques.

Exercice 3: Spécialité Maths-Physique *(... / 3 points)*
Soit l'équation différentielle $y' = 4y - 8$.

1. Déterminer l'ensemble des fonctions définies sur $\mathbb{R}$ qui sont solutions de cette équation.
2. Déterminer la fonction f, solution de cette équation, avec pour nombre dérivé $f(0) = -12$.
3. Déterminer la limite de f en $+\infty$.

Solution :

1. On a $y(x) = Ce^{4x} + 2$ avec C une constante.
2. On a $f(0) = C + 2 = -12 \implies C = -14$.
   On a donc la solution $f(x) = -14e^{4x} + 2$.
3. On a $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = -\infty$.