# 1 Estimation

**Exercice 1:**
Un fabricant de guitares souhaiterait connaître le pourcentage de gauchers dans la population amateurs en France et indépendamment le temps de pratique quotidien consacré par ces amateurs. Il effectue alors un sondage sur un échantillong de 1 500 client, 194 se déclarent gauchers et le temps moyen annoncé est de 17 minutes avec un écart type de 9 minutes.

1. Déterminer une estimation ponctuelle du nombre de musiciens gauchers en France.

2. Déterminer une estimation ponctuelle du temps moyen consacré à la pratique d'un instrument ainsi que l'écart type sur l'ensemble des musiciens amateurs en France.

**Exercice 2:**
A un examen auquel se présentent 160 000 candidats, 100 copies ont été corrigées. Dans ce paquet, on a obtenu une moyenne de 8,5 avec un écart type de 3,23.

1. Donner une estimation ponctuelle de la moyenne $m$ et de l'écart type $\sigma$ des notes des candidats.

2. Donner un intervalle de confiance de $m$ centré en $8,5$ au seuil de confiance 95%.

**Exercice 3:**
On a contrôlé le dosage d'un produit dans un mélange à la sortie d'une chaîne de conditionnement. On a prélevé de manière aléatoire et non exhaustive, un échantillon de 100 lots de 5 kilogrammes de mélange analysé, on a obtenu les résultats suivants où $P_i$ représente la masse du produit exprimée en grammes et $n_i$ l'effectif correspondant.

| $\mathbf{P_i}$ | 142 | 144 | 146 | 148 | 150 | 152 | 154 | 156 | 158 | 160 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\mathbf{n_i}$ | 1 | 5 | 6 | 21 | 32 | 22 | 7 | 4 | 1 | 1 |

1. Calculer la moyenne et l'écart type des masses du produit dans cet échantillon.

2. A partir des résultats obtenus pour cet échantillong, donner une estimation ponctuelle de la moyenne $m$ et de l'écart type $\sigma$ de la masse du produit de la population.

3. On suppose que la variable aléatoire qui, à tout échantillong améatoire non exhaustif de 100 lots associe la moyenne des masses du produit, suit la loi normale $\mathcal{N}\left(m; \dfrac{\sigma}{10}\right)$.

   Déterminer un intervalle de confiance de la moyenne $m$ de la population avec le coefficient de confiance de 95%.

4. Même question avec le coefficient de confiance 99% puis le coefficient de confiance 90%.

**Exercice 4:**
Une entreprise de chemins de fer a demandé à 100 de ses clients, pris au hasard, le prix du billet en leur possession, afin d'évaluer le prix moyen $m$ du billet pour l'ensemble de tous ses clients (on suppose qu'ils sont assez nombreux pour qu'un puisse assimiler l'interrogation de chaque client à un tirage avec remise). On a regroupé les résultats, par classes, dans le tableau suivant :

| **Prix en euro** | **Nombre de clients** |
|---|---|
| $[0; 20[$ | 7 |
| $[20; 40[$ | 22 |
| $[40; 60[$ | 35 |
| $[60; 80[$ | 20 |
| $[80; 100[$ | 12 |
| $[100; 120[$ | 4 |

On arrondira les calculs d'écart type à $10^{-2}$ près.

1. (a) Calculer la moyenne $m_e$ et l'écart type $\sigma_e$ de cet échantillon (on suppose que, pour chaque classe, tous les pris sont situés au centre de cette classe).
   (b) Donner une estimation ponctuelle du prix moyen $m$ du billet et de son écart type $\sigma$.

2. (a) En utilisant les estimations ponctuelles précédentes, donner un intervalle de confiance de $m$ au seuil de confiance de 95%.
   On donnera, pour les bornes de cet intervalle, les valeurs décimales arrondies à $10^{-1}$ près.
   (b) $m$ est-il forcément dans l'intervalle précédent ?

**Exercice 5:**
Pour développer son nouveau smartphone compatible 5G, dans un pays de 70 millionts d'habitants, une entreprise commande une enquête sur 1 000 personnes. Cette enquête montre que 39% des personnes interrogées sont intéressées par une connexion 5G.

1. Donner un intervalle de confiance au seuil de 5% de la proportion de personnes intéressées par une connexion 5G sur l'ensemble de la population.

2. Donner une estimation du marché potentiel minimum pour cette technologie 5G.

**Exercice 6:**
Dans un pays voisin, on doit bientôt élire le Président de la République. Afin d'apprécier ses chances, le candidat A fait procéder à un sondage un mois avant la date du scrutin.
On tire au hasard 900 personnes dans l'ensemble de tous les électeurs (compte tenu du nombre total d'électeurs, le tirage peut être assimilé à un tirage avec remise). Sur ces 900 personnes, 435 ont déclaré voter pour le candidat A.

1. Donner une estimation ponctuelle, à $10^{-2}$ près, de la population $p$ d'électeurs favorables au candidats $A$.

2. Donner, pour l'estimation de $p$, un intervalle de confiance au seuil de 95%. Les bornes de cet intervalle seront données à $10^{-2}$ près.

3. Un organe de presse désire publier le résultat du sondage.
   Au vu des résultats précédents, la diffusion de l'intervalle de confiance peut-elle intéresser les lecteurs ? Pourquoi ?

**Exercice 7:**

1. Sur un échantillon de 100 client d'un hypermarché, on obtient une moyenne d'achat de 65 euros avec un écart type de 5,1 euros.
   On admet que l'écart type de cet échantillon est une bonne approximation de l'écart type de la population.
   Déterminer un intervalle de confiance de la moyenne des achats $m$ avec un coefficient de confiance de 95%.

2. Dans une enquête d'opinion sur 626 personnes, 45% des personnes interrogées se sont déclarées satisfaites d'un produit.
   Déterminer un intervalle de confiance du pourcentage de personnes satisfaites du produit dans la population avec le coefficient de confiance de 90%.

**Exercice 8:**
Une marque décide de proposer un nouveau produit.
Soit $Z$ la variable aléatoire qui, à tout échantillon de taille $n$, associe le pourcentage $p$ de clients de l'échantillon intéressés par ce prdouit.
On décide d'assimiler la loi de $Z$ à la loi normale :

$$\mathcal{N}\left(p; \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}\right)$$

Un sondage auprès d'un échantillon aléatoire de 100 clients a montré que 80 personnes sont intéressées par le produit.

1. Dans le cas où $n = 100$ :
   (a) estimer $p$ ;
   (b) estimer l'écart type de la population.

2. Déterminer la taille $n$ d'un échantillon, où $n \geq 30$, pour que l'intervalle de confiance de $p$ soit $[0,702; 0,898]$ avec le coefficient de confiance 95%.

# 2 Tests d'hypothèses

## 2.1 Moyenne

**Exercice 9:**
Une usine fabrique des billes métalliques.
Létude porte sur le diamètre de ces billes, mesuré au millimètres. Un client réceptionne une commande. Il prélève un échantillon de 125 billes choisies au hasard et avec remise dans le lot recçu et constate que le diamètre moyen est égal à 25,1.
On admet que pour les billes fabriquées par l'entreprise, la variable aléatoire $X$ qui prend pour valeurs les diamètres suit une loi normale d'écart type $0,44$.
L'entreprise s'est engagée à ce que la moyenne des diamètres des billes fournies soit de 25. Le client décide de construire un test bilatéral permettant de vérifier l'hypothèse selon laquelle le diamètre des billes du lot reçu est de 25.

1. Quelle est l'hypothèse nulle $H_0$ ? Quelle est l'hypothèse alternative $H_1$ ?

2. On désigne par $Y$ la variable aléatoire qui, à tout échantillon de 125 billes, prises au hasard et avec remise, associe la moyenne des diamètres obtenus.
   (a) Donner sous l'hypothèse nulle la loi de $Y$. En préciser les paramètres.
   (b) Déterminer la région d'acceptation au seuil de 5%.
   (c) Enoncer la règle de décision du test.
   (d) Au veu de l'échantillon, au seuil de 5%, que peut conclure le client sur le respect de l'engagement de l'entreprise ?

3. Reprendre la question 2. avec le seuil de 1%.

**Exercice 10:**
Dans un centre de renseignements téléphoniques, une étude statistique a été réalisée sur le temps d'attente, exprimé en secondes, subi par la clientèle avant d'amorcer la conversation avec un employé. Les résultats de cette étude conduisent à supposer que ce temps d'attente est une variable aléatoire $X$ qui suit la loi normale de moyenne 18 et d'écart type $7,2$.
Dans le but de diminuer le temps d'attente, une restructuration des services du centre de renseignements téléphoniques est réalisée.
A la suite de cette restructuration, une enquête est effectuée sur un échantillon de 100 clients, dont les résultats sont consignés dans le tableau suivant.

| **Prix en euro** | **Nombre de clients** |
|---|---|
| $[0; 5[$ | 10 |
| $[5; 10[$ | 16 |
| $[10; 15[$ | 24 |
| $[15; 20[$ | 24 |
| $[20; 25[$ | 12 |
| $[25; 30[$ | 10 |
| $[30; 35[$ | 4 |

Pour les valeurs numériques, on donnera et utilisera les approximations décimales arrondiées à $10^{-2}$ près.

1. Calculer la moyenne des temps d'attente pour cet échantillon.
2. Construire un test permettant de décider, au seuil de risque 1%, si le temps d'attente moyen a été modifié par la restructuration.
3. Utiliser ce test avec l'échantillon précédent et conclure.

**Exercice 11:**
Monsieur Dutronc se fait livrer, par un marchand de bois, des bûches de 50 cm de long, en très grande quantité. Il désire contrôler à l'aide d'un test bilatéral si la longueur moyenne $m$ des bûches livrées est bien égale à 50 cm.
Pour cela, il mesure les longueurs de 100 bûches prises au hasard et avec remise dans le stock qui lui a été livré et il calcule la moyenne des longueurs des bûches de l'échantillon ainsi constitué.
On admet que la variable aléatoire $Y$ qui, à tout échantillon de 100 bûches prises au hasard et avec remise dans le stock livré, associe la moyenne des longueurs des bûches de l'échantillon, suit une loi normale de paramètre $m$ et $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ où $m$ et $\sigma$ sont respectivement la moyenne et l'écart type des longueurs des bûches livrées. Par expérience, Monsieur Dutronc a établi que $\sigma = 5$ cm.

1. On construit un test bilatéral permettant d'accepter ou de refuser, au seuil de risque 5%, l'hypothèse selon laquelle la longueur moyenne $m$ des bûches livrées est 50 cm.
   (a) Ecrire l'hypothèse nulle $H_0$ et l'hypothèse alternative $H_1$.
   (b) Déterminer la région critique au seuil de 5%.
   (c) Enoncer la règle de décision.
2. Monsieur Dutronc a trouvé que la moyenne des longueurs des bûches de l'échantillon est $\overline{x} = 49,2$ cm. Utiliser le test avec le résultat et conclure.

## 2.2 Fréquence

**Exercice 12:**
Dans un cabinet d'assurances, un étude est réalisée sur la fréquence des sinistres déclarés par le client.
Une enquête affirme que 30% des client ont déclaré le sinistre au cours de l'année.
Un expert indépendant interroge un échantillon de 60 clients choisis au hasard dans l'ensemble des clients du cabinet d'assurances. On note $X$ la variable aléatoire qui compte le nombre de clients ayant déclaré un sinistre au cours de l'année.

1. Justifier que la loi de probabilité suivie par $X$ suit une loi binomiale de paramètres $n = 60$ et $p = 0,3$.
2. (a) On construit un test bilatéral. On prend $H_0 : p = 0,3$.
   Déterminer l'hypothèse alternative $H_1$.
   (b) Déterminer le plus petite entier $a$ tel que $\mathbb{P}(X \leq a) > 0,025$.
   (c) Déterminer le plus petit entier $b$ tel que $\mathbb{P}(X \leq b) \geq 0,975$.
   (d) En déduire la région cirituqe du test au seuil de 5%.
   (e) Enoncer la règle de décision du test.
3. L'expert constate que 19 clients ont déclaré un sinistre au cours de l'année.
   Déterminer, en justifiant la réponse, si l'affirmation du cabinet d'assurances : "30% des clients ont déclaré un sinistre au cours de l'année" peut être validée par l'expert.

**Exercice 13:**
Les statistiques ont permis d'établir qu'en période de compétition la probabilité, pour un sportif pris au hasard, d'être déclaré positif au contrôle antidopage est égale à 0, 02.
On décide de construire un test qui, à la suite des contrôles sur un échantillon $E$ de 50 sportifs prélevés au hasard, permette de décider si, au seuil de signification de 5%, le pourcentage de sportifs contrôles positifs est de $p = 0,02$.

1. On choisit comme hypothèses :
   - $H_0 : p = 0,02$
   - $H_1 : p \neq 0,02$

   Soit $F$ la variable aléatoire qui, à tout échantillon aléatoire (supposé non exhaustif) de 50 sportifs contrôles, associe le pourcentage de sportifs contrôles positivement.
   (a) Quelle est la loi suivie par la variable aléatoire $F$ ?
   (b) Déterminer sous l'hypothèse $H_0$ l'intervalle de fluctuation de $F$ au seuil de 95%. Enoncer la règle de décision du test.
2. Dans l'échantillon $E$, deux contrôles antidopage ont été déclarés positifs. En appliquant la règle de décision du test à cet échantillon assimilé à un échantillon aléatoire non exhaustif, peut-on conclure au seuil de risque 5% que l'échantillon observé est représentatif de l'ensemble de la population sportive ?

**Exercice 14:**
Le responsable d'un S.A.V affirme que 88% de ses clients sont satisfaits des prestations de son service.
Une association de consommateurs, voulant vérifier cette affirmation, réalise une enquête aurpès de 75 clients : 60 clients se déclarent satisfaits.
Peut-on, au vu de ce résultat, considéré l'affirmation du responsable du S.A.V comme vraie au seuil de 95% ?

**Exercice 15:**
Une entreprise fabrique des flacons destinés à contenir une substance particulière. Un flacon est dit conforme s'il vérifie un ensemble de critères définis par l'entreprise. On appelle $p$ la proportion de flacons conformes dans l'ensemble de la production.
On se propose de construire et d'utiliser un test unilatéral pour valider ou refuser, au seuil de risque 5%, l'hypothèse selon laquelle la proportion $p$ de flacons conformes dans l'ensemble de la production, sur une période donnée, est égale à $0,8$.
On choisit les hypothèses suivantes :

- $H_0 : p = 0,8$
- $H_1 : p < 0,8$

Pour cela, on prélève au cours de cette période dans l'ensemble de la production des échantillons de 200 flacons, au hasard et avec remise. On appelle $F$ la variable aléatoire qui, à tout échantillon de ce type, associe la prpotion de flacons conformes de cet échantillon.
On admet que la loi de $F$ est une loi normale $\mathcal{N}(p;\sigma)$.

1. Sous l'hypothèse $H_0$ :
   (a) Montrer qu'une valeur approchée de $\sigma$ et $0,03$.
   (b) Déterminer le réel positif $h$ tel que $\mathbb{P}(F \geq h) = 0,95$ (arrondier le résultat au centième).
2. Enoncer la règle de décision relative à ce test de validité d'hypothèse.
3. Dans un échantillon de 200 flacons, on a trouvé 156 flacons conformes. Au vu de cet échantillon, doit-on au risque de 5% accepter ou refuser l'hypothèse $H_0$ ?

**Exercice 16:**
Une personne prétend qu'elle peut souvent déviner à distance la couleur d'une carte tirée au hasard d'un jeu de cartes bien battu et comportant des cartes de deux couleurs différentes en nombre égal. On appelle $p$ la probabilité que cette personne donne une réponse juste (succès) lors d'un tirage.
Si cette personne ment, on a $p = 0,5$, sinon $p > 0,5$.

On appellera échantillon de taille $n$ toute réalisation de $n$ tirages successifs d'une carte dans le jeu, avec remise. On appelle $F$ la variable aléatoire qui, à tout échantillon de taille $n$, associe la fréquence des succès obtenus par le prétendant dvin au cours des $n$ tirages d'une carte.

On admet que $F$ suit la loi normale de moyenne inconnue $p$ et d'écart type $\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$.

On construit un test unilatéral permettant de détecter au risque de 5%, si cette personne ment.

On choisit $n = 100$ et les hypothèse suivantes :

- $H_0 : p = 0,5$
- $H_1 : p > 0,5$

1. Calculer, sous l'hypothèse $H_0$, le réel positif $h$ tel que $\mathbb{P}(F \leq h) = 0,95$.
2. Enoncer la règle de décision du test.
3. Sur un échantillon de taille 100, le magicien a obtenu 64 succès. Peut-on considérer, au risque de 5%, que le magicien est un imposteur ?

# 3 Test de comparaison

**Exercice 17:**
Dans le service d'opthalmologie d'un centre hospitalier, on dispose de deux fichiers, conernant un grand nombre de patients. Le fichier 1 contient les fiches de patients atteints d'un glaucome. Le fichier 2 concerne des patients non atteints de glaucome.

- On désigne par $X_1$ la variable aléatoire qui à cheque échantillon aléatoire de 200 fiches prélevées avec remiser dans le fichier 1 associe la moyenne des pressions systoliques.
- On désigne par $X_2$ la variable aléatoire qui à chaque échantillon aléatoire de 200 fiches prélevées avec remise dans le fichier 2 associe la moyenne des pressions systoliques.
- On admet que $X_1$ suit la loi normale $\mathcal{N}(\mu_1; 25)$ et que $X_2$ suit la loi normale $\mathcal{N}(\mu_2; 20)$, où $\mu_1$ et $\mu_2$ sont les moyennes inconnues des pression systoliques des patients de fichiers 1 et 2.
- On note $D$ la variable aléatoire telle que :
$$D = \overline{X_1} - \overline{X_2}$$
- On a les hypothèses suivantes :
  – $H_0 : \mu_1 = \mu_2$
  – $H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$

  Le seuil de risque est fixé à 5%.
- On admet que sous l'hypothèse nulle $H_0$, la variable aléatoire $D$ suit la loi normale :
$$\mathcal{N}\left(0; \sqrt{\frac{25^2 + 20^2}{200}}\right)$$

1. Sous l'hypothèse nulle $H_0$, déterminer le nombre réel positif $h$ tel que $\mathbb{P}(-h \leq D \leq h) = 0,95$.
2. Enoncer la règle de décision du test.
3. On prélève un échantillon aléatoire de 200 fiches dans chacun des fichiers. La moyenne observée sur l'échantillon du fichier 1 est $\overline{x_1} = 133$. Celle observée sur l'échantillon du fichier 2 est $\overline{x_2} = 130$.
   Peut-on, au seuil de risque 5%, accepter l'hypothèse $H_0$ ?

**Exercice 18:**

1. Une entreprise fabrique des appareils de mesures qui doivent satisfaire un cahier des charges.
   L'entreprise met en place un nouveau dispositif censé améaliorer la fiabilité des appareils produits.
   Deux chaînes de fabrication sont mises en service : la chaine n°1, sans nouveau dispositif et la chaine n°2 avec le nouveau dispositif.

   Afin de tester l'hypothèse selon laquelle le nouveau dispositif améliore de manière significative la fiabilité des appareils produits, on a prélevé de manière aléatoire 200 appareils à la sortie de chacune des deux chaînes de fabrication.
   Un pourcentage $p_1$ (resp. $p_2$) d'appareils issus de la chaine n°1 (resp n°2) ont fonctionné parfaitement pendant les 3 premiers mois.

   (a) Expliquer pourquoi on met en place un test unilatéral.

   (b) On prend pour hypothèse nulle $H_0 : p_1 = p_2$.
   Préciser l'hypothèse alternative $H_1$.

2. On note $F_1$ (resp. $F_2$) la variable aléatoire qui à chaque échantillon de taille 200 provenant de la chaine n°1 (resp. n°2) associe la fréquence $f_1$ (resp. $f_2$) d'appareils ayant parfaitement fonctioné pendant 3 mois.
   Sur les deux échantillons prélevés, on a obtenu des valeurs observées qui sont $f_1 = 87\%$ et $f_2 = 93\%$.
   On note $D = F_2 - F_1$.

   Sous l'hypothèse nulle, les deux chaînes sont censées produire le même pourcentage $p$ d'appareils conformes et la loi suivie par $D$ (celle que l'on adopte) est la loi normale :
   $$\mathcal{N}\left(0; \sqrt{\frac{p(1-p)}{200} + \frac{p(1-p)}{200}}\right)$$
   On prend $p = 0,9$ car $p = \frac{p_1+p_2}{2}$.

   Préciser les paramètres de la loi suivie par $D$.

3. Si $\alpha$ est le seuil de risque, on désigne par $h_\alpha$ le réel tel que $\mathbb{P}(D \leq h_\alpha) = 1 - \alpha$.

   (a) On suppose dans cette question que $\alpha = 0,01$.
   Déterminer la valeur arrondie au centième de $h_\alpha$.
   Enoncer la règle de décision du test.
   Conclure quant à l'efficacité présumée du nouveau dispotifs au seuil de risque $0,01$.

   (b) On suppose dans cette question que $\alpha = 0,05$. Déterminer la valeur arrondie au centième de $h_\alpha$.
   Enoncer la règle de décision du test.
   Conclure quant à l'efficacité présumée du nouveau dispotifs au seuil de risque $0,05$.

# 4 Problèmes

**Problème 1:**
L'entreprise *Saveur Salée* produit et commercialise du sel fin fluoré en sachets portant les mentions "Poids net 1kg" et "Fluorure de potassium 250 mg/kg". Une fois récolté et raffiné, le sel est conditionnée.
Une machine met le sel en sachets. Elle peut être réglée au moyen d'un dispositif gradué en grammes : lorsque la machine est réglée sur la valeur $m$, le poids moyen des sacs remplis est $m$. La variable aléatoire $M$, mesurant le poids en grammes d'un sachet, suit alors une loi normale de moyenne $m$ et d'écart type 8.

1. Calculer la probabilité de l'événement "$M \leq 1000$" pour chacun des réglages suivants :
   - $m = 1000$
   - $m = 992$
   - $m = 1008$
2. La machine est réglée sur la valeur de 1 000. Calculer la probabilité de l'événement "$992 \leq M \leq 1008$.
3. On veut que la probabilité de l'événement "$M \geq 1000$" soit de 96%. Sur quelle valeur faut-il régler le dispositif ?

**Problème 2:**
Une association de consommateurs décide de contrôler la teneur en fluorure de potassium du sel fin fluoré produit par l'entreprise *Saveur Salée*, dont la valeur annoncé sur chaque paquet est 250 mg/kg.
On prélève au hasard un échantillon de 100 sachets dans la production, afin de l'adresser à un laboratoire.
Les résultats, en mg/kg, obtenus pour la moyenne $\overline{x}$ et pour l'écart type $\sigma$ sont $\overline{x} = 253,9$ et $\sigma = 21,9$.
On désigne par $\mu$ la moyenne et par $s$ l'écart type en mg/kg des teneurs en fluorure de potassium, de la production totale des sachets de sel.

1. A partir des résultats obtenus par le laboratoire, donner une estimation ponctuelle de $\mu$ et $s$.

2. Soit $F$ la variable aléatoire qui, à chaque échantillon de taille 100 prélevé au hasard dans la production totale, associe sa teneur moyenne en fluorure de potassium. On admet que $F$ suit la loi normale de moyenne $\mu$ et d'écart type $2,2$.
Construire un test bilatéral permettant d'accepter ou de refuser, au seuil de risque 5%, l'hypothèse selon laquelle la teneur en fluorure de potassium des sachets de la production est, en moyenne, de 250 mg/kg.
Pour répondre à cette question :
   - Choisir une hypothèse nulle $H_0$ et une hypothèse alternative $H_1$.
   - Déterminer la région critique au seuil de risque 5%.
   - Enoncer la règle de décision.
   - Utiliser le test avec l'échantillon.

**Problème 3 :**
Une entreprise spécialisée produit des boules de forme sphérique en grande série. Le responsable de la qualité cherche à analyser la production. Il mesure pour cela le diamètre des boules d'un échantillon E de 50 pièces et obtient les résultats suivants :

| **Diamètre (mm)** | $72,6$ | $72,7$ | $72,8$ | $72,9$ | $73$ | $73,1$ | $73,2$ | $73,3$ | $73,4$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Nombre de boules** | 3 | 5 | 7 | 8 | 10 | 9 | 4 | 3 | 1 |

Une boule est dite conforme si son diamètre $d$, mesuré en millimètres, vérifie $72,7 \leq d \leq 73,3$.

1. (a) Quel est, pour l'échantillon $E$, le pourcentage de boules non conformes ?
   (b) Déterminer la moyenne et l'écart type de cet échantillon. Les résultats seront arrondis au centième.

2. On admet dans cette question que la probabilité qu'une boule ne soit pas conforme est $p = 0,12$.
L'entreprise livre des lots de 50 boules à des clients. On assimile le choix de chaque boule d'un lot à un tirage au hasard et avec remise. On désigne par $X$ la variable aléatoire mesurant le nombre de boules non conformes d'un lot.
   (a) Préciser et justifier la loi de probabilité suivie par $X$.
   (b) On approche la loi de probabilité de $X$ par une loi de Poisson.
      i. Quel est le paramètre de cette loi ?
      ii. Déterminer la probabilité la probabilité qu'il y ait plus de cinq boules non conformes dans un lot. La réponse sera arrondie au centième

3. L'étude statistique de la production permet d'admettre que la variable aléatoirte $D$, qui mesure le diamètre d'une boule, suit une loi normale de paramètres $m$ et $\sigma$.
Les résultats seront arrondis au millième. Onchoisit au hasard une boule produite.
   (a) On suppose que $m = 73$ et $\sigma = 0,2$. Calculer la probabilité que la boule soit conforme.
   (b) Sachant que $m = 73$, quelle valeur devait prendre $\sigma$ pour que la probabilité d'obtenir une boule non conforme soit $0,1$ ?

4. La moyenne obtenue sur l'échantillon E amène à se poser la question : le diamètre moyen $m$ des boules fabriquées est-il strictement inférieur à 73 mm ?
Pour cela, on construit un test d'hypothèse au risque de 5%, on considère les hypothèses suivantes :
   - $H_0 : m = 73$
   - $H_1 : m < 73$

   On admet que la variable aléatoire $\overline{D}$, qui mesure le diamètre moyen sur un échantillon de 50 boules prélevées au hasard et avec remise, suit une loi normale de moyenne 73 et d'écart type $\dfrac{0,2}{\sqrt{50}}$.
   (a) Calculer le nombre réel $a$ tel que $\mathbb{P}(\overline{D} \geq 73 - a) = 0,95$.
   (b) Enoncer la règle de décision du test.
   (c) Au risque de 5% et au vu de l'échantillon $E$, que peut-on conclure ?