NOM Prénom :

Interrogation 9 - Sujet A - 20 minutes — Tle tronc commun (Contrôle continue)

Exercice 1: Automatismes *(. . . / 3 points)*

1. Résoudre l'équation : $3\sqrt{x}+2=6$
2. Résoudre l'équation : $4x^2-11=38$
3. Résoudre l'équation : $(x+1)(2+5x)=0$

Solution :

1. On a $3\sqrt{x}+2=6 \implies 3\sqrt{x}=4 \implies \sqrt{x}=\frac{4}{3} \implies x=\left(\frac{4}{3}\right)^2=\frac{16}{9}$ d'où $S=\{\frac{16}{9}\}$
2. On a $4x^2-11=38 \implies 4x^2=49 \implies x^2=\frac{49}{4} \implies x_1=\sqrt{\frac{49}{4}}=\frac{7}{2}$ ou $x_2=-\sqrt{\frac{49}{4}}=-\frac{7}{2}$ d'où $S=\{-\frac{7}{2};\frac{7}{2}\}$
3. On a $x+1=0$ ou $2+5x=0$ d'où $S=\{-\frac{2}{5};-1\}$

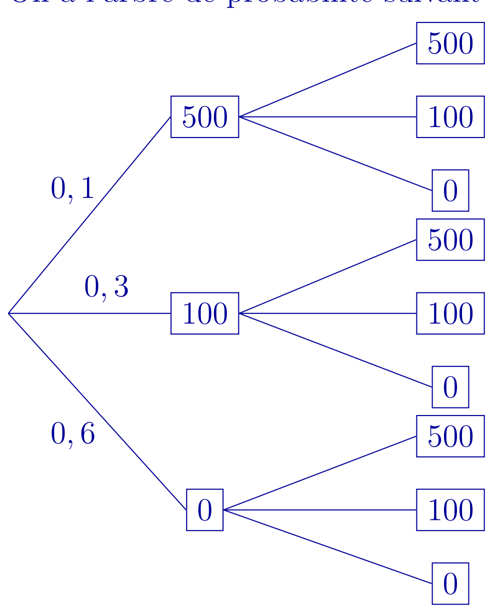
Exercice 2: Tronc commun *(. . . / 3 points)*

A un jeu télévisé, un candidat doit tirer succssivement et avec remise deux boules d'une urne qui en contient dix : une marquée 500 euros, trois marquées 100 euros et les autres marquées 0 euro. Le candidat gagne le total des deux sommes d'argent tirées.

1. Construire un arbre représentant la situation.
2. On note X la variable aléatoire qui associe, à chaque partie, la somme d'argent gagnée par le candidat. Déterminer la loi de probabilité de X sous forme d'un tableau.
3. Calculer l'espérance de X et interpréter le résultat.

Solution :

1. On a l'arbre de probabilité suivant :



2. On a la loi de probabilité suivante :

x_i	0	100	200	500	600	1000
p_i	0, 36	0, 36	0, 09	0, 12	0, 06	0, 01

3. On a donc l'espérance $\mathbb{E}(X)=0\times0,36+100\times0,36+200\times0,09+500\times0,12+600\times0,06+1000\times0,01=160.$

Exercice 3: Spécialité Maths-Physique *(.../ 3 points)*
Soit l'équation différentielle $y' = -\frac{5}{17}y - \frac{10}{17}$.

1. Déterminer l'ensemble des fonctions définies sur $\mathbb{R}$ qui sont solutions de cette équation.
2. Déterminer la fonction f, solution de cette équation, avec pour nombre dérivé $f(0) = 5$.
3. Déterminer la limite de f en $+\infty$.

Solution :

1. On a $y(x) = Ce^{-\frac{5}{17}x} - 2$ avec C une constante.
2. On a $f(0) = C - 2 = 5 \implies C = 7$.
   On a donc la solution $f(x) = 7e^{-\frac{5}{17}x} - 2$.
3. On a $\lim_{x \to +\infty} f(x) = -2$.

Exercice 1: Automatismes *(.../ 3 points)*

1. Résoudre l'équation : $4\sqrt{x} - 3 = 7$
2. Résoudre l'équation : $16x^2 + 2 = 83$
3. Résoudre l'équation : $(x - 7)(2 - x) = 0$

Solution :

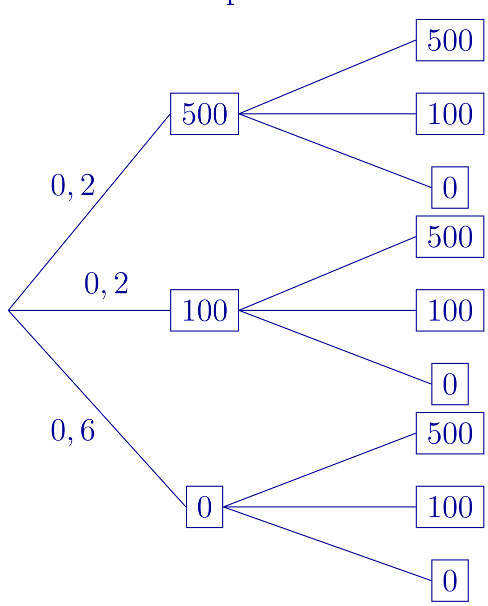
1. On a $4\sqrt{x} - 3 = 7 \implies 4\sqrt{x} = 10 \implies \sqrt{x} = \dfrac{10}{4} \implies x = \left(\dfrac{10}{4}\right)^2 = \dfrac{100}{16}$ d'où $S = \{\frac{25}{4}\}$
2. On a $16x^2 + 2 = 83 \implies 16x^2 = 81 \implies x^2 = \dfrac{81}{16} \implies x_1 = \sqrt{\dfrac{81}{16}} = \dfrac{9}{4}$ ou $x_2 = -\sqrt{\dfrac{81}{16}} = -\dfrac{9}{4}$ d'où $S = \{-\frac{9}{4}; \frac{9}{4}\}$
3. On a $x - 7 = 0$ ou $2 - x = 0$ d'où $S = \{2; 7\}$

Exercice 2: Tronc commun *(.../ 3 points)*
A un jeu télévisé, un candidat doit tirer succssivement et avec remise deux boules d'une urne qui en contient dix : deux marquées 500 euros, deux marquées 100 euros et les autres marquées 0 euro. Le candidat gagne le total des deux sommes d'argent tirées.

1. Construire un arbre représentant la situation.
2. On note X la variable aléatoire qui associe, à chaque partie, la somme d'argent gagnée par le candidat. Déterminer la loi de probabilité de X sous forme d'un tableau.
3. Calculer l'espérance de X et interpréter le résultat.

Solution :

1. On a l'arbre de probabilité suivant :



2. On a la loi de probabilité suivante :

x_i	0	100	200	500	600	1000
p_i	0, 36	0, 24	0, 04	0, 24	0, 08	0, 04

3. On a donc l'espérance $\mathbb{E}(X) = 0 \times 0,36 + 100 \times 0,24 + 200 \times 0,04 + 500 \times 0,24 + 600 \times 0,08 + 1000 \times 0,04 = 240$.

Exercice 3: Spécialité Maths-Physique *(. . . / 3 points)*
Soit l'équation différentielle $y' = \dfrac{10}{27}y + \dfrac{20}{27}$.

1. Déterminer l'ensemble des fonctions définies sur $\mathbb{R}$ qui sont solutions de cette équation.
2. Déterminer la fonction f, solution de cette équation, avec pour nombre dérivé $f(0) = -5$.
3. Déterminer la limite de f en $+\infty$.

Solution :

1. On a $y(x) = Ce^{\frac{10}{27}x} - 2$ avec C une constante.
2. On a $f(0) = C - 2 = -5 \implies C = -3$.
   On a donc la solution $f(x) = -3e^{\frac{5}{17}x} - 2$.
3. On a $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$.