Chapitre 7 : Dérivée locale

Axel Carpentier

Première technologique :

Tronc commun

Table des matières

1. Nombre dérivé
2. Equation de la tangente
3. Exercice bilan

1. Nombre dérivé

2. Equation de la tangente

3. Exercice bilan

Nombre dérivé

Rappel :

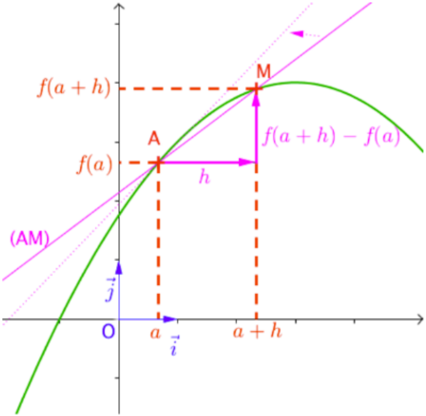
Soit une fonction affine $f : x \mapsto mx + p$ dont la droite représentative passe par les points $A(x_1, f(x_1))$ et $B(x_2, f(x_2))$. Alors le coefficient directeur de la fonction f est donné par :

$$m = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$$

qui est le taux de variation entre les points x_1 et x_2.

Nombre dérivé

On considère une fonction f quelconque.
On s'intéresse aux points de coordonnées $A(a, f(a))$ et $M(a+h, f(a+h))$.



Nombre dérivé

Définition :

On définit le nombre dérivé de f en a, noté $f'(a)$ par :

$$f'(a) = \lim_{h \to 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

On dira que f est dérivable en a.

Equation de la tangente

1. Nombre dérivé

2. Equation de la tangente

3. Exercice bilan

Equation de la tangente

Définition:

La courbe de f admet au point $A(a, f(a))$ une tangente (T) de coefficient directeur $f'(a)$. On a l'équation de la tangente donnée par :

$$\boxed{(T) : y = f'(a)(x - a) + f(a)}$$

.

Remarque

La tangente à une courbe en un de ses points est une droite qui "touche" la courbe au plus près au voisinage de ce point.

Méthode:

Soit f une fonction quelconque et $A(a, f(a))$ sur le courbe de f. On veut déterminer la tangente à la courbe de f au point A:

- Déterminer $f(a)$ si on ne le connait pas déjà ;
- Déterminer le nombre dérivé $f'(a)$ (graphiquement en général) ;
- La tangente au point A est donc de la forme $y = f'(a)(x - a) + f(a)$;
- Représenter graphiquement la tangente revient à tracer une fonction affine.

Exercice:

Déterminer l'équation réduite de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse a dans les cas suivants :

- $a = -3$, $f(-3) = 1$ et $f'(-3) = 2$.
- $a = 5$, $f'(5) = -5$ et la tangente passe par le point de coordonnées $(1, -1)$.

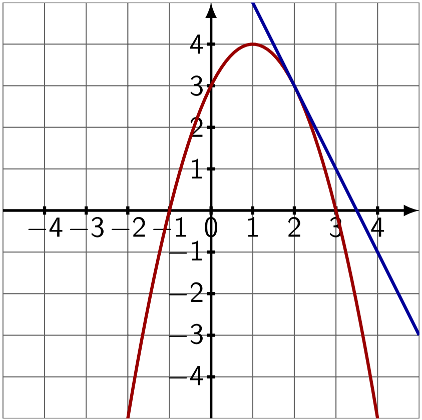
1. Nombre dérivé

2. Equation de la tangente

3. Exercice bilan

Exercice bilan

On considère la fonction $f : x \mapsto -(x+1)(x-3)$ définie sur $[-5; 5]$. La courbe représentative $\mathcal{C}_f$ est donnée ci-dessous.



1. On a représenté ci-contre la tangente à $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse 2. Déterminer graphiquement $f'(2)$.
2. Déterminer l'équation de la tangente à $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse $-0,5$ sachant que $f'(-0,5) = 3$.