Exercice 1: Automatismes *(. . . / 3 points)*

1. Le prix d'un article est noté P. Ce prix augmente de 10% puis baisse de 10%. A l'issue de ces deux variations, le nouveau prix est noté P_1. Comparer P et P_1.

2. Convertir $2,35$ heures en minutes.

3. Développer l'expression $(x+1)(2+5x)(x+2)$.

Solution :

1. On a les coefficients multiplicateurs $c_1 = 1,1$ et $c_2 = 0,9$, on a donc $c_{global} = 1,1 \times 0,9 = 0,99$. On a donc $P_1 < P$.

2. On a : $2,35$ heures $= 141$ minutes.

3. On a $(x+1)(2+5x)(x+2) = (5x^2+7x+2)(x+2) = 5x^3+17x^2+16x+4$.

Exercice 2: Tronc commun *(. . . / 3 points)*
On lance 4 fois, de manières identiques et indépendantes, une pièce truquée dont la probabilité d'obtenir Pile est de $0,6$.
On considère la variable aléatoire X qui détermine le nombre de Face obtenue.

1. On admet que X suit une loi binomiale. Donner ses paramètres n et p.

2. Calculer $\mathbb{P}(X = 4)$.

3. Calculer la probabilité d'obtenir au plus deux fois Face.

Solution :

1. On a $X \sim \mathcal{B}(4; 0,4)$.

2. On a $\mathbb{P}(X = 4) = 0,0256$.

3. On a $\mathbb{P}(X \leq 2) = 0,8208$.

Exercice 3: Spécialité Maths-Physique *(. . . / 3 points)*

Soit l'équation différentielle $y' = -\frac{7}{13}y + \frac{21}{13}$.

1. Déterminer l'ensemble des fonctions définies sur $\mathbb{R}$ qui sont solutions de cette équation.

2. Déterminer la fonction f, solution de cette équation, avec pour condition initiale $f(0) = 5$.

3. Résoudre l'équation $f(t) = 7$. On donnera la valeur exacte de la solution puis une valeur approchée à 10^{-2} près.

Solution :

1. On a les fonctions solutions $y(t) = Ce^{-\frac{7}{13}t} + 3$ avec $C \in \mathbb{R}$.

2. On a $f(0) = C + 3 = 5$ donc $C = 2$ et donc $f(t) = 2e^{-\frac{7}{13}t} + 3$.

3. On a :

$$\begin{aligned} & 2e^{-\frac{7}{13}t} + 3 = 7 \\ \iff & e^{-\frac{7}{13}t} = 2 \\ \iff & -\frac{7}{13}t = \ln(2) \\ \iff & t = -\frac{13\ln(2)}{7} \end{aligned} \tag{1}$$

Exercice 1: Automatismes *(... / 3 points)*

1. Le prix d'un article est noté P. Ce prix augmente de 20% puis baisse de 20%. A l'issue de ces deux variations, le nouveau prix est noté P_1. Comparer P et P_1.

2. Convertir $3,65$ heures en minutes.

3. Développer l'expression $(x-7)(2+5x)(2-x)$.

Solution :

1. On a les coefficients multiplicateurs $c_1 = 1,2$ et $c_2 = 0,8$, on a donc $c_{global} = 1,2 \times 0,8 = 0,96$. On a donc $P_1 < P$.

2. On a : $3,65$ heures $= 219$ minutes.

3. On a $(x-7)(2+5x)(2-x) = (5x^2 - 33x - 14)(2-x) = -5x^3 + 43x^2 - 52x - 28$.

Exercice 2: Tronc commun *(... / 3 points)*
On lance 4 fois, de manières identiques et indépendantes, une pièce truquée dont la probabilité d'obtenir Pile est de $0,7$.
On considère la variable aléatoire X qui détermine le nombre de Face obtenue.

1. On admet que X suit une loi binomiale. Donner ses paramètres n et p.

2. Calculer $\mathbb{P}(X = 4)$.

3. Calculer la probabilité d'obtenir au plus deux fois Face.

Solution :

1. On a $X \sim \mathcal{B}(4; 0,3)$.

2. On a $\mathbb{P}(X = 4) = 0,0081$.

3. On a $\mathbb{P}(X \leq 2) = 0,9163$.

Exercice 3: Spécialité Maths-Physique *(. . . / 3 points)*
Soit l'équation différentielle $y' = \frac{10}{23}y - \frac{30}{23}$.

1. Déterminer l'ensemble des fonctions définies sur $\mathbb{R}$ qui sont solutions de cette équation.
2. Déterminer la fonction f, solution de cette équation, avec pour condition initiale $f(0) = 7$.
3. Résoudre l'équation $f(t) = 5$. On donnera la valeur exacte de la solution puis une valeur approchée à 10^{-2} près.

Solution :

1. On a les fonctions solutions $y(t) = Ce^{\frac{10}{23}t} + 3$ avec $C \in \mathbb{R}$.
2. On a $f(0) = C + 3 = 7$ donc $C = 4$ et donc $f(t) = 4e^{\frac{10}{23}t} + 3$.
3. On a :

$$\begin{aligned} & 4e^{\frac{10}{23}t} + 3 = 5 \\ \iff & e^{\frac{10}{23}t} = \frac{1}{2} \\ \iff & \frac{10}{23}t = -\ln(2) \\ \iff & t = -\frac{23\ln(2)}{10} \end{aligned} \tag{2}$$