Exercice 1 : Tronc commun *(... / 6 points)*

1. Dans une classe de 30 élèves, 3 élèves portent des lunettes. Quel pourcentage d'élèves porte des lunettes ?
2. En 2010, le nombre d'employés d'une société était estimé à 1200.
   (a) Le nombre d'employé a augmenté de 25% entre 2010 et 2015. Déterminer une estimation du nombre d'employé en 2015.
   (b) Déterminer une estimation du nombre d'employés en 2020 si il augmente au même rythme en pourcentage.
   (c) Le nombre d'employés a augmenté de 20% entre 2005 et 2010.
      i. Déterminer le coefficient multiplicateur associé à cette évolution.
      On pourra l'exprimer sous forme décimale puis sous forme fractionnaire de dénominateur 10.
      ii. En déduire le coefficient multiplicateur réciproque.
      On pourra l'exprimer sous forme d'une fraction irréductible.
      iii. Déterminer le nombre d'employés en 2005.

Solution :

1. On a une proportion de $\dfrac{3}{30} = 10\%$ d'élèves portant des lunettes.
2. (a) Le nombre d'employé en 2015 est de $1,25 \times 1200 = 1500$.
   (b) Le nombre d'employé en 2020 est de $1,25 \times 1500 = 1875$.
   (c) i. On a le coefficient multiplicateur $c = 1,2 = \dfrac{12}{10}$.
      ii. On a le coefficient multiplicateur réciproque $c_{réciproque} = \dfrac{1}{1,2} = \dfrac{10}{12} = \dfrac{5}{6}$.
      iii. Le nombre d'employé en 2005 est de $\dfrac{5}{6} \times 1200 = 1000$.

Exercice 2 : Tronc commun *(... / 3 points)*

1. Soit la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie pour tout entier n par $u_n = \dfrac{1}{n} + \dfrac{1}{n+1}$.
   Calculer u_1, u_2 et u_3. Exprimer les résultats sous forme d'une fraction irréductible.
2. Soit la suite $(w_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par $w_0 = 2$ et $w_{n+1} = 5w_n + 2$.
   Calculer w_1, w_2 et w_3.
3. *(bonus : 1 point)* On définit la suite $(F_n)_{n\in\mathbb{N}}$ par $F_0 = 0$ et $F_1 = 1$ et pour tout entier n, $F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$.
   Calculer F_4.

Solution :

1. On a $u_1 = 1 + \dfrac{1}{2} = \dfrac{3}{2}$ et $u_2 = \dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{3} = \dfrac{5}{6}$ et $u_3 = \dfrac{1}{3} + \dfrac{1}{4} = \dfrac{7}{12}$.
2. On a $w_1 = 5 \times 2 + 2 = 12$, $w_2 = 5 \times 12 + 2 = 62$ et $w_3 = 5 \times 62 + 2 = 312$.

Exercice 3 : Tronc commun *(... / 6 points)*
On considère les fonctions suivantes définies sur $\mathbb{R}$:

$$f(x) = x^2 + 4x - 5 \quad \text{et} \quad g(x) = 3x + 7$$

1. Calculer $f(3)$.
2. Déterminer l'antécédent de 5 par la fonction g.
3. On cherche à savoir pour quelles valeurs de x on a $f(x) \geq g(x)$.
   On note $D(x) = f(x) - g(x)$.
   (a) Montrer que $D(x) = x^2 + x - 12$.
   On détaillera les calculs.
   (b) Montrer que $x^2 + x - 12 = (x+4)(x-3)$.
   On détaillera les calculs.
   (c) Etudier le signe de $D(x)$ selon les valeurs de x sur $\mathbb{R}$.
   On exprimera le résultat dans un tableau de signe.
   (d) En déduire pour quelles valeurs de x on a $f(x) \geq g(x)$.

Solution :

1. On a $f(3) = 3^2 + 4 \times 3 - 5 = 9 + 12 - 5 = 16$.
2. On résout $3x + 7 = 5 \implies x = -\dfrac{2}{3}$.
3. (a) On a $f(x) - g(x) = x^2 + 4x - 5 - (3x+7) = x^2 + 4x - 5 - 3x - 7 = x^2 + x - 12$.
   (b) On a $(x+4)(x-3) = x^2 - 3x + 4x - 12 = x^2 + x - 12$.
   (c) • $\boxed{\text{Etape 1 :}}$ On cherche les racines.

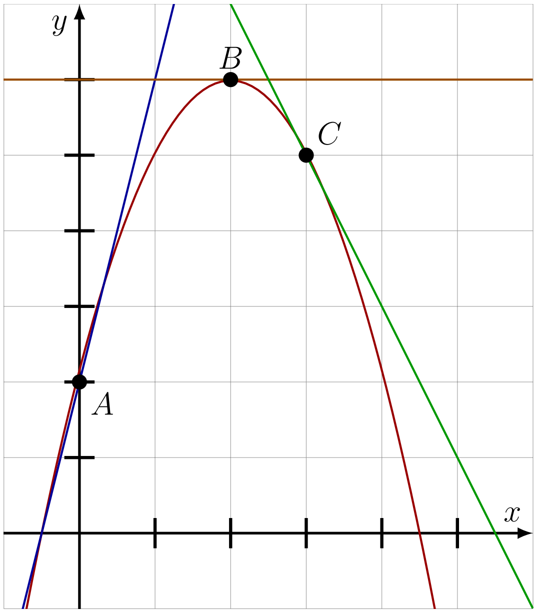
   On a
   $$(x+4)(x-3) = 0 \implies x = -4 \quad \text{ou} \quad x = 3$$

   • $\boxed{\text{Etape 2 :}}$ On établit le tableau de signe.

x	$-\infty$		-4		3		$+\infty$
$x+4$		$-$	0	$-$		$+$	
$x-3$		$-$		$+$	0	$+$	
$D(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

   (d) On a $f(x) \geq g(x) \iff D(x) \geq 0$ d'où $S =]-\infty; -4] \cup [3; +\infty[$.

Exercice 4 : Tronc commun *(... / 3 points)*
Déterminer graphiquement les valeurs de $f'(0)$, $f'(2)$ et $f'(3)$.



Solution :
On a $f'(0) = \dfrac{6-2}{1-0} = 4$, $f'(2) = 0$ et $f'(3) = \dfrac{5-3}{3-4} = -2$.