

Exercice 1 : Tronc commun (... / 10 points)

On dispose d'un sac et de deux urnes A et B.

- Le sac contient 4 boules : 1 boule avec la lettre A et 3 boules avec la lettre B.
- L'urne A contient 5 billets : 3 billets de 50 euros et 2 billets de 10 euros.
- L'urne B contient 4 billets : 1 billet de 50 euros et 3 billets de 10 euros.

Un joueur prend au hasard une boule dans le sac :

- si c'est une boule avec la lettre A, il prend au hasard un billet dans l'urne A.
- si c'est une boule avec la lettre B, il prend au hasard un billet dans l'urne B.

On note les évènements suivants :

- A : le joueur obtient une boule avec la lettre A.
- C : le joueur obtient un billet de 50 euros.

1. Compléter l'arbre ci-contre représentant la situation.

2. Quelle est la probabilité de l'évènement "le joueur obtient une boule avec la lettre A et un billet de 50 euros" ?

3. Démontrer que $\mathbb{P}(C) = 0,3375$.

4. Le joueur a obtenu un billet de 10 euros.

L'affirmation "Il y a plus de 80 % de chances qu'il ait au préalable obtenu une boule avec la lettre B" est-elle vraie ? Justifier.

5. On note X_1 la variable aléatoire qui donne la somme, en euros, obtenue par le joueur.

Exemple : si le joueur obtient un billet de 50 euros, on a $X_1 = 50$.

(a) Quelles sont les valeurs prises par la variable aléatoire X_1 ?

(b) Etablir la loi de probabilité de X_1 .

(c) Montrer que l'espérance $\mathbb{E}(X_1)$ est égale à 23,50.

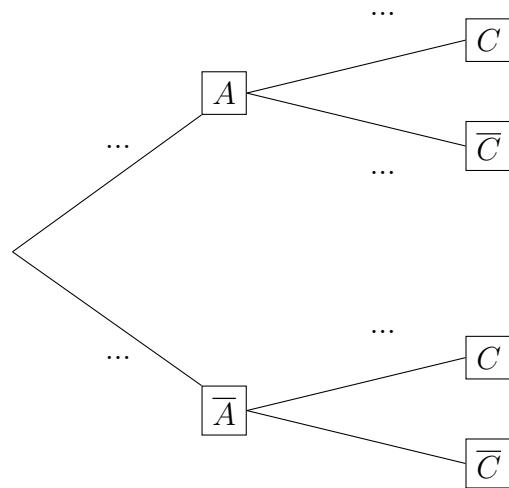
6. Après avoir remis la boule dans le sac et le billet dans l'urne où il a été pris, le joueur joue une deuxième partie. On note X_2 la variable aléatoire qui donne la somme obtenue par le joueur lors de cette deuxième partie.

On note Y la variable aléatoire qui donne la somme totale obtenue par le joueur après ces deux parties.

(a) Quelles sont les valeurs prises par la variable aléatoire Y ?

(b) Etablir la loi de probabilité de Y .

(c) Montrer que $\mathbb{E}(Y) = 47$.



Exercice 2 : Spécialité Maths-Physique (... / 10 points)

Pour fabriquer de l'aluminium en feuille on chauffe une plaque d'aluminium à 250 °C puis on la sort du four : c'est alors la phase de refroidissement.

On étudie l'évolution de la température de la plaque d'aluminium durant cette phase.

On note $f(t)$ la température de la plaque d'aluminium à l'instant t .

$f(t)$ est exprimée en degré Celsius, et t désigne le nombre de minutes de refroidissement.

Les deux parties peuvent être traitées de façon indépendante.

Partie A. Équation différentielle

On sait que la fonction f est solution de l'équation différentielle :

$$(E) : \quad y' + 0,25y = 7,5$$

où y est une fonction inconnue de la variable réelle t , définie et dérivable sur l'intervalle $[0 ; +\infty[$, et où y' est la dérivée de y .

1. Déterminer l'ensemble des solutions de l'équation différentielle (E) .
2. Déterminer l'expression de la fonction f sachant qu'à l'instant $t = 0$ la température est égale à 250 °C.

Partie B. Étude de fonction

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0 ; +\infty[$ par :

$$f(t) = 220^{-0,25t} + 30.$$

On admet que $f(t)$ représente la température (en degré Celsius) de la plaque d'aluminium après t minutes de refroidissement.

1. Déterminer la valeur approchée à 0,1 °C de la température de la plaque après un quart d'heure de refroidissement.
2. Déterminer la limite de la fonction f en $+\infty$.
Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.
3. On admet que la fonction f est dérivable sur l'intervalle $[0 ; +\infty[$ et on note f' sa fonction dérivée.
 - (a) Déterminer $f'(t)$ pour tout réel t de l'intervalle $[0 ; +\infty[$.
 - (b) En déduire le tableau de variation complet de la fonction f sur l'intervalle $[0 ; +\infty[$.
 - (c) Interpréter qualitativement ce résultat dans le contexte de l'exercice.
4. L'affirmation "en cent secondes, la plaque a perdu cent degrés" est-elle vraie ?
5. Quelle est la durée nécessaire, arrondie à la seconde, pour que la température de la plaque passe en dessous de 150 °C ?
6. Réaliser sur la copie un croquis donnant l'allure de la courbe représentative de la fonction f . Ce croquis devra également faire apparaître les résultats des questions 1 à 4.