

Exercice 1: Automatismes
(... / 3 points)

- Roxane parcourt 600 mètres en 4 minutes. Quelle est sa vitesse moyenne en km/h ?
- Soit t la fonction définie par : $t(x) = -2x - 8$. Exprimer $t(x + 1)$ en fonction de x .
- Résoudre l'équation $(x + 2)^2 = 64$.

Solution :

- On a $v = \frac{0,6}{\frac{4}{60}} = 9$ km/h.
- On a $t(x + 1) = -2(x + 1) - 8 = -2x - 10$.
- On a $S = \{-10; 6\}$.

Exercice 2: Tronc commun
(... / 3 points)

Soit $f : x \mapsto x - 50 + \frac{400}{x}$ définie sur $[10; 60]$.

- Montrer que pour tout $x \in [10; 60]$,

$$f'(x) = \frac{(x - 20)(x + 20)}{x^2}$$

- Déterminer le signe de $f'(x)$ sur $[10; 60]$ puis donner le tableau de variation de f .
- En déduire le minimum de f et en quelle valeur il est atteint.

Solution :

- On a $f'(x) = 1 - \frac{400}{x^2} = \frac{x^2 - 20^2}{x^2} = \frac{(x - 20)(x + 20)}{x^2}$.
- Etape 1 :

 On cherche les racines.

On a

$$(x - 20)(x + 20) = 0 \implies x = 20 \text{ ou } x = -20 \notin [10; 60]$$

- Etape 2 :

 On établit le tableau de signe.

x	10	20	60
$x - 20$	-	0	+
$x + 20$	+		+
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	0	-10 $\frac{50}{3}$	

3. Le minimum de f est -10 et est atteint en $x = 20$.

Exercice 3: Spécialité Maths-Physique (... / 5 points)

1. Exprimer, en fonction de $\ln(3)$ et $\ln(5)$, le nombre : $\ln\left(\frac{5^5}{3^4}\right) + \ln(5^2) - \ln\left(\frac{1}{3}\right)$.
2. Soit $x > 0$, exprimer, en fonction de $\ln(x)$, le nombre : $-4 \ln\left(\frac{1}{x^4}\right) + 8 \ln(x) - 5 \ln\left(\frac{1}{x^2}\right)$.
3. Résoudre l'équation $8 \ln(4x - 8) + 2 = 6$.
4. Résoudre l'équation $7e^{-0,5x} + 18 = 20$.
5. Soit $f(x) = \frac{x}{\ln(x)}$. Déterminer l'expression de $f'(x)$.

Solution :

1. On a $\ln\left(\frac{5^5}{3^4}\right) + \ln(5^2) - \ln\left(\frac{1}{3}\right) = 7 \ln(5) - 3 \ln(3)$.
2. On a $-4 \ln\left(\frac{1}{x^4}\right) + 8 \ln(x) - 5 \ln\left(\frac{1}{x^2}\right) = 16 \ln(x) + 8 \ln(x) + 10 \ln(x) = 34 \ln(x)$.
3. On a $8 \ln(4x - 8) + 2 = 6 \implies \ln(4x - 8) = \frac{1}{2} \implies x = \frac{e^{\frac{1}{2}} + 8}{4}$.
4. On a $7e^{-0,5x} + 18 = 20 \implies e^{-0,5x} = \frac{2}{7} \implies x = -\frac{\ln(\frac{2}{7})}{0,5}$.
5. On a $f'(x) = \frac{\ln(x) - x \times \frac{1}{x}}{\ln(x)^2} = \frac{\ln(x) - 1}{\ln(x)^2}$.

Exercice 1: Automatismes
(... / 3 points)

- Roxane parcourt 800 mètres en 4 minutes. Quelle est sa vitesse moyenne en km/h ?
- Soit t la fonction définie par : $t(x) = 2x + 4$. Exprimer $t(x + 2)$ en fonction de x .
- Résoudre l'équation $(x + 7)^2 = 25$.

Solution :

- On a $v = \frac{0,8}{\frac{4}{60}} = 12$ km/h.
- On a $t(x + 2) = 2(x + 2) + 4 = 2x + 8$.
- On a $S = \{-12; -2\}$.

Exercice 2: Tronc commun
(... / 3 points)

Soit $f : x \mapsto x - 40 + \frac{900}{x}$ définie sur $[10; 60]$.

- Montrer que pour tout $x \in [10; 60]$,

$$f'(x) = \frac{(x - 30)(x + 30)}{x^2}$$
- Déterminer le signe de $f'(x)$ sur $[10; 60]$ puis donner le tableau de variation de f .
- En déduire le minimum de f et en quelle valeur il est atteint.

Solution :

- On a $f'(x) = 1 - \frac{900}{x^2} = \frac{x^2 - 30^2}{x^2} = \frac{(x - 30)(x + 30)}{x^2}$.
- Etape 1 : On cherche les racines.

On a

$$(x - 30)(x + 60) = 0 \implies x = 30 \text{ ou } x = -30 \notin [10; 60]$$

- Etape 2 : On établit le tableau de signe.

x	10	30	60	
$x - 30$	-	0	+	
$x + 30$	+		+	
$f'(x)$	-	0	+	
$f(x)$	60	20		$\frac{80}{3}$

3. Le minimum de f est 20 et est atteint en $x = 30$.

Exercice 3: Spécialité Maths-Physique (... / 5 points)

1. Exprimer, en fonction de $\ln(2)$ et $\ln(5)$, le nombre : $\ln\left(\frac{2^5}{5^4}\right) + \ln(5^2) - 2\ln\left(\frac{1}{2}\right)$.
2. Soit $x > 0$, exprimer, en fonction de $\ln(x)$, le nombre : $-3\ln\left(\frac{1}{x^5}\right) + \ln(x) + 3\ln(x^5)$.
3. Résoudre l'équation $9\ln(-5x - 9) - 2 = -8$.
4. Résoudre l'équation $2e^{0,7x} + 1 = 8$.
5. Soit $f(x) = \frac{\ln(x)}{x}$. Déterminer l'expression de $f'(x)$.

Solution :

1. On a $\ln\left(\frac{2^5}{5^4}\right) + \ln(5^2) - 2\ln\left(\frac{1}{2}\right) = 7\ln(2) - 2\ln(5)$.
2. On a $-3\ln\left(\frac{1}{x^5}\right) + \ln(x) + 3\ln(x^5) = 15\ln(x) + \ln(x) + 15\ln(x) = 31\ln(x)$.
3. On a $9\ln(-5x - 9) - 2 = -8 \implies \ln(-5x - 9) = -\frac{2}{3} \implies x = \frac{e^{-\frac{2}{3}} + 9}{-5}$.
4. On a $2e^{0,7x} + 1 = 8 \implies e^{0,7x} = \frac{7}{2} \implies x = \frac{\ln(\frac{7}{2})}{0,7}$.
5. On a $f'(x) = \frac{\frac{1}{x} \times x - \ln(x)}{x^2} = \frac{1 - \ln(x)}{x^2}$.