

1 Introduction

La trigonométrie repose essentiellement sur des formules à connaître ou à savoir retrouver (en 10 secondes maximum). Elles sont disponibles dans l'onglet "formulaire" sur le site : <https://www.acarpentier.eu/formulaires/>.

2 Exercices

Exercice 1: (*)

Vérifier que $\frac{\pi}{12} = \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4}$.

En déduire les valeurs du cosinus et du sinus de $\frac{\pi}{12}$.

Exercice 2: (*)

Calculer $\cos\left(\frac{\pi}{8}\right)$ en utilisant le fait que $\cos(2x) = 2\cos^2(x) - 1$.

Exercice 3: (**)

Déterminer sans calcul le maximum et le minimum sur $\mathbb{R}$ de :

$$x \mapsto \sin(x) \cos(x)$$

Exercice 4: (**)

Déterminer le maximum et le minimum sur $\mathbb{R}$ de :

$$x \mapsto \cos(x) - \cos(x)^2$$

Exercice 5: (**)

Pour $x \in \mathbb{R}$, exprimer $\cos(3x)$ en fonction de $\cos(x)$.

Exercice 6: (***)

Soit α l'unique élément de $[0, \pi]$ tel que $\cos(\alpha) = \frac{\sqrt{5} - 1}{4}$.

1. Calculer $\cos(2\alpha)$, puis $\cos(4\alpha)$.
2. En déduire que 4α est congru à α ou à $-\alpha$ modulo 2π .
3. Conclure que $\alpha = \frac{2\pi}{5}$.

Exercice 7: (*)

Déterminer les réels $x \in [0, 2\pi]$ tels que :

$$\cos(x) \geq \sin(x)$$

Exercice 8: (**)

Pour $n \in \mathbb{N}^*$, soit :

$$u_n = \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + \cdots + \sqrt{2}}}} \quad (n \text{ radicaux})$$

Montrer que :

$$\forall n \in \mathbb{N}^*, u_n = \cos\left(\frac{\pi}{2^{n+1}}\right)$$

Exercice 9: (*)**

Soit x un nombre réel non multiple entier de π . En utilisant le fait que $\sin(2x) = 2 \sin(x) \cos(x)$, simplifier, pour n dans $\mathbb{N}^*$, le produit :

$$P_n(x) = \prod_{k=1}^n \cos\left(\frac{x}{2^k}\right)$$

Exercice 10: (**)**

1. Soit $y \in \mathbb{R} \setminus \pi\mathbb{Z}$. Exprimer $\frac{\sin(3y)}{\sin(y)}$ en fonction de $\cos(2y)$.
2. Soit $x \in \mathbb{R}$. Simplifier, pour $n \in \mathbb{N}^*$, le produit :

$$P_n(x) = \prod_{k=1}^n \frac{1 + \cos\left(\frac{2x}{3^k}\right)}{3}$$

Exercice 11: (*)

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations $\cos(x) = \frac{1}{2}$ et $\sin(2x) = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Exercice 12: ()**

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $\cos(x) = \cos\left(3x + \frac{\pi}{3}\right)$.

Exercice 13: (**)**

1. Résoudre l'équation $\cos(3x) = \sin(2x)$.
2. En déduire la valeur de $\sin\left(\frac{\pi}{10}\right)$.