

Exercice 1: Automatismes (... / 3 points)

- On donne la série statistique suivante : 13 ; 10 ; 10 ; 9 ; 8 ; x .
Quelle doit être la valeur de x pour que la moyenne de cette série soit égale à 11 ?
- Le prix d'un article coûtant 70 euros baisse de 14 euros. Déterminer le pourcentage de réduction de ce prix.
- Soient A , B , E et C quatre nombres vérifiant l'égalité : $A = B - EC$.
Exprimer B en fonction de A , E et C .

Solution :

- On a la moyenne $m = \frac{13 + 10 + 10 + 9 + 8 + x}{6} = 11$ donc on a $x = 16$.
- On a le taux d'évolution $t = -\frac{14}{70} = -20\%$ d'où la réduction de 20%.
- On a $B = A + EC$.

Exercice 2: Tronc commun (... / 3 points)

Soit $f : x \mapsto 5x - 20 + \frac{500}{x}$ définie sur $[5; 70]$.

- Montrer que pour tout $x \in [5; 70]$,

$$f'(x) = \frac{5(x-10)(x+10)}{x^2}$$

- Déterminer le signe de $f'(x)$ sur $[5; 70]$ puis donner le tableau de variation de f .
- En déduire le minimum de f et en quelle valeur il est atteint.

Solution :

- On a $f'(x) = 5 - \frac{500}{x^2} = \frac{5(x^2 - 10^2)}{x^2} = \frac{5(x-10)(x+10)}{x^2}$.

- Etape 1 : On cherche les racines.

On a

$$(x-10)(x+10) = 0 \implies x = 10 \text{ ou } x = -10 \notin [5; 70]$$

- Etape 2 : On établit le tableau de signe.

x	5	10	70
$x - 10$	-	0	+
$x + 10$	+		+
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	105	80	$\frac{2360}{7}$

3. Le minimum de f est 80 et est atteint en $x = 10$.

Exercice 3: Spécialité Maths-Physique ($\dots / 5$ points)

1. Soit $f(t) = 10 \ln(2 + t) - 5$. Exprimer $f'(t)$ en fonction de t .

2. Soit $g(t) = \frac{10}{2+t}$.

(a) Exprimer $g'(t)$ en fonction de t .

(b) Etablir le tableau de signe de $g'(t)$ pour $t \in [3; 8]$.

(c) En déduire le tableau de variation de g .

3. Soit $h(t) = \frac{1}{1+t}$. Donner une primitive H de h .

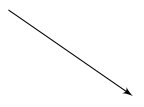
Solution :

1. On a $f'(t) = \frac{10}{2+t}$.

2. (a) On a $g'(t) = -\frac{10}{(2+t)^2}$.

(b)

(c) On a le tableau de signe et de variation suivant :

t	3	8
$g'(t)$	—	
$g(t)$	2  1	

(d) On a $H(t) = \ln(1+t)$.

Exercice 1: Automatismes (... / 3 points)

- On donne la série statistique suivante : 13 ; 12 ; 12 ; 5 ; 12 ; x .
Quelle doit être la valeur de x pour que la moyenne de la série soit égale à 12 ?
- Le prix d'un article coûtant 70 euros augmente de 42 euros. Déterminer le pourcentage d'augmentation de ce prix.
- Soient b , a , c et e quatre nombres (avec e non nul) vérifiant l'égalité : $b = \frac{a+c}{e}$.
Exprimer c en fonction de b , a et e .

Solution :

- On a la moyenne $m = \frac{13 + 12 + 12 + 5 + 12 + x}{6} = 12$ donc on a $x = 18$.
- On a le taux d'évolution $t = -\frac{42}{70} = -60\%$ d'où la réduction de 60%.
- On a $c = \frac{a}{b-1}$.

Exercice 2: Tronc commun (... / 3 points)

Soit $f : x \mapsto 7x - 40 + \frac{2\,800}{x}$ définie sur $[10; 60]$.

- Montrer que pour tout $x \in [10; 60]$,

$$f'(x) = \frac{7(x-20)(x+20)}{x^2}$$

- Déterminer le signe de $f'(x)$ sur $[10; 60]$ puis donner le tableau de variation de f .
- En déduire le minimum de f et en quelle valeur il est atteint.

Solution :

- On a $f'(x) = 7 - \frac{2\,800}{x^2} = \frac{7(x^2 - 20^2)}{x^2} = \frac{7(x-20)(x+20)}{x^2}$.

- Etape 1 : On cherche les racines.

On a

$$(x-20)(x+20) = 0 \implies x = 20 \text{ ou } x = -20 \notin [10; 60]$$

- Etape 2 : On établit le tableau de signe.

x	5	10	70
$x - 20$	-	0	+
$x + 20$	+		+
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	310		$\frac{1280}{3}$
		240	

3. Le minimum de f est 240 et est atteint en $x = 20$.

Exercice 3: Spécialité Maths-Physique ($\dots / 5$ points)

1. Soit $f(t) = 5 \ln(3 + t) - 8$. Exprimer $f'(t)$ en fonction de t .

2. Soit $g(t) = \frac{5}{3+t}$.

(a) Exprimer $g'(t)$ en fonction de t .

(b) Etablir le tableau de signe de $g'(t)$ pour $t \in [2; 7]$.

(c) En déduire le tableau de variation de g .

3. Soit $h(t) = \frac{1}{2+t}$. Donner une primitive H de h .

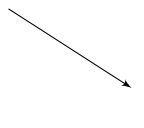
Solution :

1. On a $f'(t) = \frac{5}{3+t}$.

2. (a) On a $g'(t) = -\frac{5}{(3+t)^2}$.

(b)

(c) On a le tableau de signe et de variation suivant :

t	2	7
$g'(t)$	—	
$g(t)$	1  $\frac{1}{2}$	

(d) On a $H(t) = \ln(2+t)$.