

Chapitre 5 : Fonctions polynômiales de degré 2

Table des matières

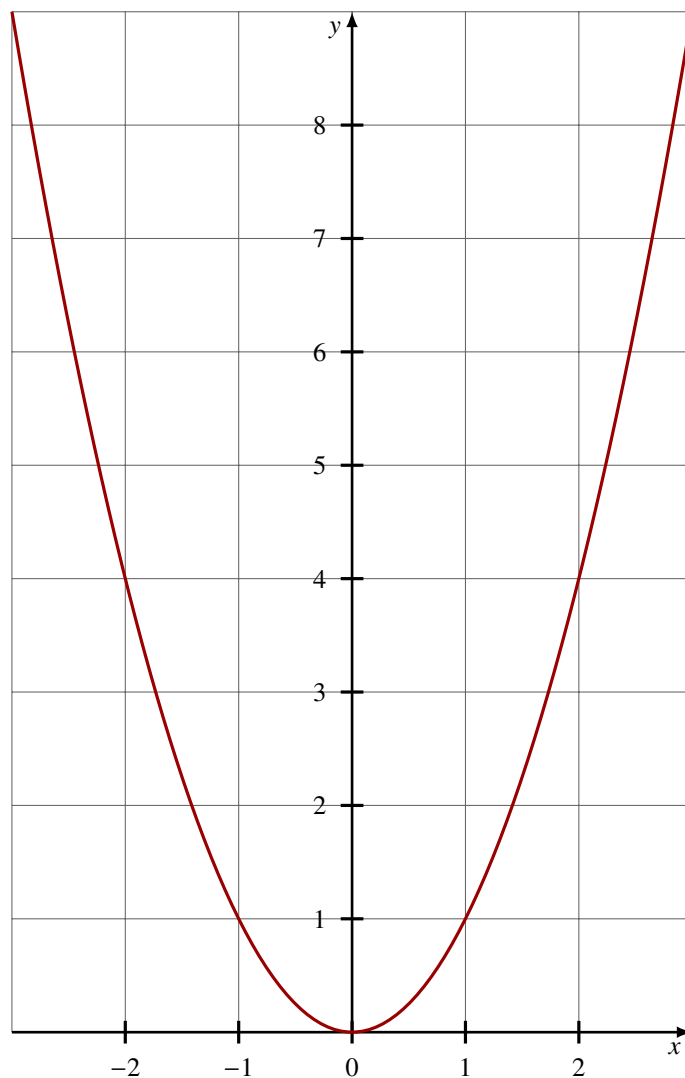
Chapitre 5 : Fonctions polynômiales de degré 2	1
Axel CARPENTIER	
Contenu	2
1 Rappels et définitions	3
2 Représentation graphique	4
3 Forme factorisée d'un polynôme du 2nd degré	5
4 Signe d'un polynôme de degré 2.	6
5 Equations de la forme $x^2 = c$	6
6 Exercice bilan	6

Contenu

- Représentations graphiques des fonctions : $x \mapsto ax^2$, $x \mapsto ax^2 + b$, $x \mapsto a(x - x_1)(x - x_2)$.
- Axes de symétrie.
- Racines et signe d'un polynôme de degré 2 donné sous forme factorisée (le calcul des racines à l'aide du discriminant ne figure pas au programme).

1 Rappels et définitions

On connaît bien la fonction carré étudié en classe de seconde : $x \mapsto x^2$



On peut déterminer son tableau de signe et son tableau de variation sur $\mathbb{R}$.

x	$-\infty$	0	$+\infty$
x^2	+	0	+

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$x \mapsto x^2$			

On peut étendre cette définition à des cas plus généraux.

Définition:

On appelle fonction polynôme de degré 2 toute fonction f définie sur $\mathbb{R}$ de la forme :

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

Où $a \neq 0$.

Exemple:

- Les fonctions suivantes sont des polynômes de degré 2 :

$$- f(x) = 3x^2 - 7x + 3$$

$$- g(x) = 3 - 2x^2$$

$$- h(x) = (x - 4)(x + 3)$$

- Les fonctions suivantes ne le sont pas :

$$- F(x) = 6x - 1$$

$$- G(x) = x^4 + x^2 + 1$$

! Remarque

Cette année, on se contentera d'étudier les fonctions de degré 2 de la forme $x \mapsto ax^2$ et $x \mapsto ax^2 + b$.

2 Représentation graphique

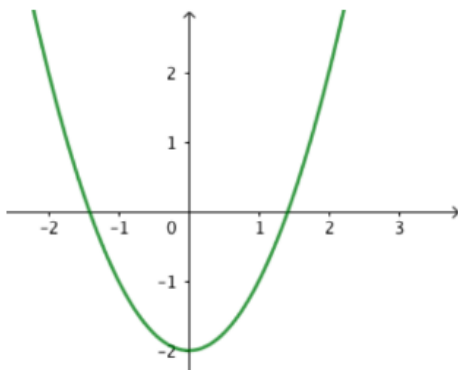
La représentation graphique d'un polynôme du 2nd degré est appelé une parabole.

Propriété:

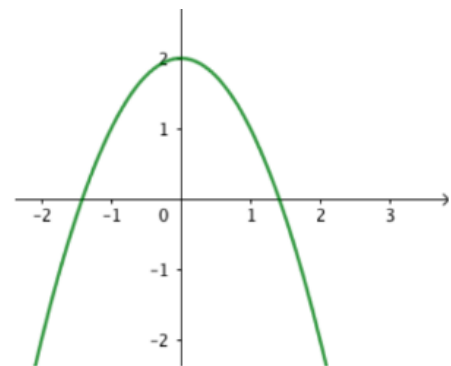
Soit f un polynôme du 2nd degré de la forme $f : x \mapsto ax^2 + b$.

- Si $a > 0$ f est d'abord décroissante puis croissante (forme de "sourire").
- Si $a < 0$ f est d'abord croissante puis décroissante (forme de "grimace").

$a > 0$



$a < 0$



Sans savoir sa valeur, le signe de a donne une information cruciale sur la forme de la représentation graphique de la fonction.

Mais alors que représentent les valeurs a et b ?

- a représente l'inclinaison de la pente. Exemple : $x \mapsto 2x^2$ par rapport à $x \mapsto x^2$.
- b représente l'ordonnée à l'origine

! Remarque

Par ailleurs, on dispose d'un axe de symétrie donné par l'axe des ordonnées pour les équations de la forme $x \mapsto ax^2 + b$. Faux dans le cas général.

3 Forme factorisée d'un polynôme du 2nd degré

Rappels:

On dit qu'une expression algébrique est...

- ... développée si son opération principale est une addition ou une soustraction.
- ... factorisée si son opération principale est une multiplication ou une division.

Exemple:

L'expression $x^2 - x - 2$ est développée et l'expression $(x + 1)(x - 2)$ est factorisée.

Ces deux expressions sont égales.

! Remarque

Les fonctions de la forme $x \mapsto a(x - x_1)(x - x_2)$ sont bien des polynômes du 2nd degré.

Définition:

Soit f un polynôme du 2nd degré de la forme $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$

L'équation $f(x) = 0$ possède deux solutions (possiblement égales) x_1 et x_2 appelées racines de f .

! Remarque

Les fonctions de la forme $x \mapsto a(x - x_1)(x - x_2)$ ont un axe de symétrie donné par la droite :

$$x = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

Exercice:

On considère la fonction du 2nd degré $f(x) = 2x^2 + 4x - 6$.

- Conjecturer une racine de f .
- Factoriser f .

4 Signe d'un polynôme de degré 2.

Exercice:

Etudier le signe de la fonction $f(x) = -2(x - 3)(x + 2)$.

5 Equations de la forme $x^2 = c$

Propriété:

Les solutions sur $\mathbb{R}$ de l'équation $x^2 = c$ dépendent du signe de c .

- Si $c > 0$, alors l'équation a deux solutions $-\sqrt{c}$ et $\sqrt{c}$.
- Si $c = 0$, alors l'équation a une seule solution 0.
- Si $c < 0$, alors l'équation n'a pas de solution réelle.

Exercice:

Quelles sont les solutions des équations suivantes ?

1. $x^2 = 16$

2. $x^2 = -8$

3. $2x^2 - 8 = 120$

6 Exercice bilan

On considère la fonction $f(x) = (x - 1)(x + 3)$. Déterminer :

- L'intersection de la courbe de f avec l'axe des abscisses.
- Son axe de symétrie.
- Les coordonnées de son extremum

Placer au fur et à mesure ces éléments géométriques et tracer la parabole.

