

## Chapitre 9 : Suites arithmético-géométriques

# Table des matières

|                                                           |   |
|-----------------------------------------------------------|---|
| <b>Chapitre 9 : Suites arithmético-géométriques</b> ..... | 1 |
| Axel CARPENTIER                                           |   |
| Contenu .....                                             | 2 |
| 1 Suites arithmétiques .....                              | 3 |
| 2 Suites géométriques .....                               | 4 |
| 3 Exercice bilan .....                                    | 5 |

## Contenu

- Relation de récurrence.
- Sens de variations.
- Représentation graphique.

Dans le dernier cours sur les suites on a vu qu'une suite était une suite de nombres. On a également vu qu'une suite pouvait être générée de deux manières différentes : explicitement ou par récurrence.

Dans ce chapitre on va s'intéresser à deux cas particuliers très importants de suites définies par récurrence.

## 1 Suites arithmétiques

### **Définition:**

Une suite  $(u_n)$  est dite arithmétique si elle est de la forme :

$$u_{n+1} = u_n + r$$

Où  $r$  est un réel quelconque.

$r$  s'appelle la raison de la suite  $(u_n)$ .

En d'autres mots, une suite est arithmétique si on additionne à chaque étape le même nombre  $r$  (la raison).

Exemple:

- Soit  $(u_n)$  une suite arithmétique de raison  $r = 5$  et  $u_0 = 0$ . On a donc :
  - $u_1 = u_0 + r = 0 + 5 = 5$
  - $u_2 = u_1 + r = 5 + 5 = 10$
- Soit  $(v_n)$  une suite arithmétique de raison  $r = -1,5$  et  $v_0 = 7$ . On a donc :
  - $v_1 = v_0 + r = 7 - 1,5 = 5,5$
  - $v_2 = v_1 + r = 5,5 - 1,5 = 4$

### **! Remarque importante**

La représentation graphique d'une suite arithmétique est un nuage de points alignés.

### **Propriétés:**

Soit  $(u_n)$  une suite arithmétique de raison  $r$ .

On a que pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $r = u_{n+1} - u_n$  donc on en déduit que:

- $(u_n)$  est strictement croissante si et seulement si  $r > 0$ .
- $(u_n)$  est strictement décroissante si et seulement si  $r < 0$ .
- $(u_n)$  est constante si et seulement si  $r = 0$ .

Exemple: (précédent)

- Pour  $(u_n)$  on a  $r = 5 > 0$  donc  $(u_n)$  est strictement croissante.
- Pour  $(v_n)$  on a  $r = -1,5 < 0$  donc  $(v_n)$  est strictement décroissante

### **Propriété:**

Soit  $(u_n)$  une suite arithmétique de raison  $r$ .

On a que pour tout entier  $n$  :

$$u_n = u_0 + nr$$

---

Exemple: (précédent)

- Pour  $(u_n)$  on a  $\forall n \in \mathbb{N}, u_n = 5n$ .
- Pour  $(v_n)$  on a  $\forall n \in \mathbb{N}, v_n = 7 - 1,5n$ .

## 2 Suites géométriques

### Définition:

Une suite  $(u_n)$  est dite géométrique si elle est de la forme :

$$u_{n+1} = q \times u_n$$

Où  $q$  est un réel quelconque strictement positif.  
 $q$  s'appelle la raison de la suite  $(u_n)$ .

En d'autres mots, une suite est géométrique si on multiplie à chaque étape le même nombre  $q$  (la raison).

Exemple:

- Soit  $(u_n)$  une suite géométrique de raison  $q = 2$  et  $u_0 = 3$ . On a donc :
  - $u_1 = q \times u_0 = 2 \times 3 = 6$
  - $u_2 = q \times u_1 = 2 \times 6 = 12$
- Soit  $(v_n)$  une suite géométrique de raison  $q = 0,5$  et  $v_0 = 200$ . On a donc :
  - $v_1 = q \times v_0 = 200 \times 0,5 = 100$
  - $v_2 = q \times v_1 = 100 \times 0,5 = 50$

### ! Remarque importante

La représentation graphique d'une suite géométrique est un nuage de points non alignés à tendance régulière.

---

### Propriétés:

Soit  $(u_n)$  une suite géométrique de raison  $q$ .

On a que pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $q = \frac{u_{n+1}}{u_n}$  donc on en déduit que:

- $(u_n)$  est strictement croissante si et seulement si  $q > 1$ .
- $(u_n)$  est strictement décroissante si et seulement si  $q < 1$ .
- $(u_n)$  est constante si et seulement si  $q = 1$ .

Exemple: (précédent)

- Pour  $(u_n)$  on a  $q = 2 > 1$  donc  $(u_n)$  est strictement croissante.
- Pour  $(v_n)$  on a  $q = 0,5 < 1$  donc  $(v_n)$  est strictement décroissante

### Propriété:

Soit  $(v_n)$  une suite géométrique de raison  $q$ .

On a que pour tout entier  $n$  :

$$v_n = v_0 \times q^n$$

---

Exemple: (précédent)

- Pour  $(u_n)$  on a  $\forall n \in \mathbb{N}, u_n = 3 \times 2^n$ .
- Pour  $(v_n)$  on a  $\forall n \in \mathbb{N}, v_n = 200 \times 0,5^n$ .

### 3 Exercice bilan

1. Soit  $(u_n)$  une suite arithmétique telle que  $u_2 = 5$  et  $u_5 = 10$ .
  - a. Déterminer sa raison  $r$ .
  - b. Exprimer  $u_{n+1}$  en fonction de  $u_n$ .
  - c. Déterminer le sens de variation de  $(u_n)$ .
  - d. Calculer  $u_0$ .
  - e. Exprimer  $u_n$  en fonction de  $n$ .
2. Soit  $(v_n)$  une suite arithmétique telle que  $v_2 = 5$  et  $v_5 = 10$ .
  - a. Déterminer sa raison  $q$ .
  - b. Exprimer  $v_{n+1}$  en fonction de  $v_n$ .
  - c. Déterminer le sens de variation de  $(v_n)$ .