

Chapitre 3 : Fonctions affines

Axel Carpentier

Première technologique :

Tronc commun

1. Caractérisation des fonctions affines

- 1.1 Définitions et premières propriétés
- 1.2 Représentation graphique

2. Etude d'une fonction affine

- 2.1 Sens de variation
- 2.2 Signe d'une fonction affine

3. Exercice bilan

1. Caractérisation des fonctions affines

1.1 Définitions et premières propriétés

1.2 Représentation graphique

2. Etude d'une fonction affine

2.1 Sens de variation

2.2 Signe d'une fonction affine

3. Exercice bilan

Définition:

Soient m et p deux réels, une fonction affine f est une fonction de la forme :

$$f : x \mapsto mx + p$$

Où m est le coefficient directeur et p l'ordonnée à l'origine.

Exemple:

La fonction $f : x \mapsto 2x + 1$ est affine mais $f : x \mapsto 3x^2 - 5$ ne l'est pas.

Exemple:

Soit la fonction affine définie par $f : x \mapsto 5x + 2$, 5 est le coefficient directeur et 2 est l'ordonnée à l'origine.

Remarque

Une fonction affine est simplement l'application du programme de calcul suivant :

- Choisir un nombre
- Multiplier par m
- Ajouter p

1. Caractérisation des fonctions affines

1.1 Définitions et premières propriétés

1.2 Représentation graphique

2. Etude d'une fonction affine

2.1 Sens de variation

2.2 Signe d'une fonction affine

3. Exercice bilan

Méthode: *Représenter une fonction affine*

Représenter graphiquement une fonction affine c'est tracer sa courbe représentative. Pour cela, il suffit de placer deux points $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$ tels que :

$$\begin{cases} y_A = f(x_A) = m \times x_A + p \\ y_B = f(x_B) = m \times x_B + p \end{cases}$$

puis de tracer la droite passant par ces deux points.

Méthode: *Déterminer l'expression algébrique d'une fonction affine*

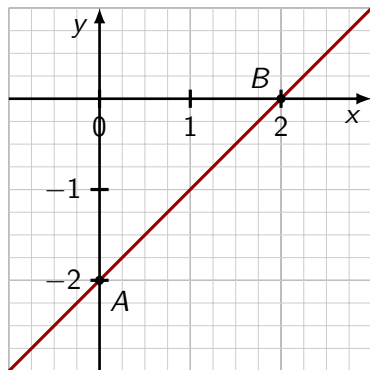
- m se détermine en trouvant deux points $(x_A; y_A)$ et $(x_B; y_B)$ par lesquels passe la droite, puis en calculant le taux d'accroissement :

$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$

- p se détermine en lisant l'intersection courbe/ordonnées.

Représentation graphique

Exemple:



- L'intersection de la courbe et de l'axe des ordonnées est en -2 .
On a donc $p = -2$.
 - La courbe passe par les points $A(0, -2)$ et $B(2; 0)$.
On a donc $m = \frac{0 - (-2)}{2 - 0} = 1$.
- On a donc $f(x) = x - 2$.

Exercice:

Déterminer l'expression algébrique de la fonction affine f vérifiant $f(1) = 4$ et $f(5) = -2$.

Déterminer l'expression algébrique de f .

Etude d'une fonction affine

1. Caractérisation des fonctions affines

- 1.1 Définitions et premières propriétés
- 1.2 Représentation graphique

2. Etude d'une fonction affine

- 2.1 Sens de variation
- 2.2 Signe d'une fonction affine

3. Exercice bilan

Théorème:

Soit $f : x \mapsto mx + p$ une fonction affine.

- Si $m > 0$ alors la fonction est croissante.
- Si $m < 0$ alors la fonction est décroissante.
- Si $m = 0$ alors la fonction est constante.

Exercice:

Quel est le sens de variation des fonctions suivantes ?

- $f : x \mapsto 8$
- $g : x \mapsto -3x + 5$
- $h : x \mapsto x$

Etude d'une fonction affine

1. Caractérisation des fonctions affines

- 1.1 Définitions et premières propriétés
- 1.2 Représentation graphique

2. Etude d'une fonction affine

- 2.1 Sens de variation
- 2.2 Signe d'une fonction affine

3. Exercice bilan

Définition:

Soit f une fonction affine.

- f est positive sur un intervalle I si pour tout $x \in I$, $f(x) \geq 0$.
- f est négative sur un intervalle I si pour tout $x \in I$, $f(x) \leq 0$.

Remarque

- Déterminer si une fonction est positive ou négative revient à résoudre une inéquation.
- Si une fonction affine f est non constante, alors il existe un unique réel r pour lequel $f(r) = mr + p = 0$. D'où $r = -\frac{p}{m}$.

Signe d'une fonction affine

Exercice :

Soit $f : x \mapsto 5x - 2$ une fonction affine.

Etablir les tableaux de variations et de signes.

1. Caractérisation des fonctions affines

- 1.1 Définitions et premières propriétés
- 1.2 Représentation graphique

2. Etude d'une fonction affine

- 2.1 Sens de variation
- 2.2 Signe d'une fonction affine

3. Exercice bilan

Soit f une fonction affine telle que $f(5) = 2$ et $f(-4) = -2$.

1. Déterminer l'expression algébrique de f .
2. Tracer la représentation graphique de f dans un repère orthonormé.
3. Calculer $f(3)$.
4. Quel est le sens de variation de f ?
5. Etablir le tableau de signe de f .