

# Chapitre 2 : Suites numériques

Axel Carpentier

Terminale technologique :

Tronc commun

# Table des matières

1. Suites arithmétiques
2. Suites géométriques
3. Exercice bilan

1. Suites arithmétiques

2. Suites géométriques

3. Exercice bilan

## Définition:

Une suite  $(u_n)$  est dite arithmétique si elle est de la forme :

$$u_{n+1} = u_n + r$$

Où  $r$  est un réel quelconque.

$r$  s'appelle la raison de la suite  $(u_n)$ .

## Exemple:

- Soit  $(u_n)$  une suite arithmétique de raison  $r = 5$  et  $u_0 = 0$ . On a donc :
  - $u_1 = u_0 + r = 0 + 5 = 5$
  - $u_2 = u_1 + r = 5 + 5 = 10$
- Soit  $(v_n)$  une suite arithmétique de raison  $r = -1,5$  et  $v_0 = 7$ . On a donc :
  - $v_1 = v_0 + r = 7 - 1,5 = 5,5$
  - $v_2 = v_1 + r = 5,5 - 1,5 = 4$

## Propriété:

Soit  $(u_n)$  une suite arithmétique de raison  $r$ .

On a que pour tout entier  $n$ ,  $r = u_{n+1} - u_n$  donc on en déduit que:

- $(u_n)$  est strictement croissante si et seulement si  $r > 0$ .
- $(u_n)$  est strictement décroissante si et seulement si  $r < 0$ .
- $(u_n)$  est constante si et seulement si  $r = 0$ .

Exemple: (précédent)

- Pour  $(u_n)$  on a  $r = 5 > 0$  donc  $(u_n)$  est strictement croissante.
- Pour  $(v_n)$  on a  $r = -1,5 < 0$  donc  $(v_n)$  est strictement décroissante.

## Propriété:

Soit  $(u_n)$  une suite arithmétique de raison  $r$ .

On a que pour tout entier  $n$  :

$$u_n = u_0 + nr$$

Exemple: (précédent)

- Pour  $(u_n)$  on a  $\forall n \in \mathbb{N}, u_n = 5n$ .
- Pour  $(v_n)$  on a  $\forall n \in \mathbb{N}, v_n = 7 - 1,5n$ .

## Propriété:

Soit  $(u_n)$  une suite arithmétique de raison  $r$ .

On a alors :

$$\sum_{k=0}^n u_k = (n+1) \frac{u_0 + u_n}{2} = \text{Nombre de terme} \times \frac{\text{Premier terme} + \text{Dernier terme}}{2}$$

Exemple: (précédent)

- Pour  $(u_n)$  définie par  $u_n = 5n$ , on a :

$$\sum_{k=0}^5 u_k = 6 \times \frac{u_0 + u_5}{2} = 6 \times \frac{0 + 25}{2} = 75$$

- Pour  $(v_n)$  définie par  $v_n = 7 - 1,5n$ , on a :

$$\sum_{k=3}^5 v_k = 3 \times \frac{v_3 + v_5}{2} = 3 \times \frac{2,5 - 0,5}{2} = 3$$

# Suites géométriques

1. Suites arithmétiques

2. Suites géométriques

3. Exercice bilan

## Définition:

Une suite  $(u_n)$  est dite géométrique si elle est de la forme :

$$u_{n+1} = q \times u_n$$

Où  $q$  est un réel quelconque strictement positif.

$q$  s'appelle la raison de la suite  $(u_n)$ .

## Exemple:

- Soit  $(u_n)$  une suite géométrique de raison  $q = 2$  et  $u_0 = 3$ . On a donc :
  - $u_1 = q \times u_0 = 2 \times 3 = 6$
  - $u_2 = q \times u_1 = 2 \times 6 = 12$
- Soit  $(v_n)$  une suite géométrique de raison  $q = 0,5$  et  $v_0 = 200$ . On a donc :
  - $v_1 = q \times v_0 = 200 \times 0,5 = 100$
  - $v_2 = q \times v_1 = 100 \times 0,5 = 50$

## Propriété:

Soit  $(u_n)$  une suite géométrique de raison  $q$ .

On a que pour tout entier  $n$ ,  $q = \frac{u_{n+1}}{u_n}$  donc on en déduit que:

- $(u_n)$  est strictement croissante si et seulement si  $q > 1$ .
- $(u_n)$  est strictement décroissante si et seulement si  $q < 1$ .
- $(u_n)$  est constante si et seulement si  $q = 1$ .

Exemple: (précédent)

- Pour  $(u_n)$  on a  $q = 2 > 1$  donc  $(u_n)$  est strictement croissante.
- Pour  $(v_n)$  on a  $q = 0,5 < 1$  donc  $(v_n)$  est strictement décroissante

## Propriété:

Soit  $(v_n)$  une suite géométrique de raison  $q$ .

On a que pour tout entier  $n$  :

$$v_n = v_0 \times q^n$$

Exemple: (précédent)

- Pour  $(u_n)$  on a  $\forall n \in \mathbb{N}, u_n = 3 \times 2^n$ .
- Pour  $(v_n)$  on a  $\forall n \in \mathbb{N}, v_n = 200 \times 0,5^n$ .

## Propriété:

Soit  $(v_n)$  une suite géométrique de raison  $q$ .

On a alors

$$\sum_{k=0}^n v_k = v_0 \times \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q} = \text{Premier terme} \times \frac{1 - q^{\text{Nombre de termes}}}{1 - q}$$

Exemple: (précédent)

- Pour  $(u_n)$  définie par  $u_n = 3 \times 2^n$ , on a :

$$\sum_{k=0}^5 u_k = 3 \times \frac{1 - 2^6}{1 - 2} = 3 \times 63 = 189$$

- Pour  $(v_n)$  définie par  $v_n = 200 \times 0,5^n$ , on a :

$$\sum_{k=3}^5 v_k = 25 \times \frac{1 - 0,5^5}{1 - 0,5} = 48,4375$$

1. Suites arithmétiques
2. Suites géométriques
3. Exercice bilan

# Exercice bilan

1. Soit  $(u_n)$  une suite arithmétique de premier terme  $u_0 = 3$  et de raison  $r = 25$ .

1.1 Exprimer  $u_{n+1}$  en fonction de  $u_n$ .

1.2 En déduire l'expression de  $u_n$  en fonction de  $n$ .

1.3 Calculer  $\sum_{k=1}^3 u_k$ .

2. Soit  $(v_n)$  une suite géométrique de premier terme  $v_1 = 30$  et de raison  $q = \frac{1}{2}$ .

2.1 Exprimer  $v_{n+1}$  en fonction de  $v_n$ .

2.2 En déduire l'expression de  $v_n$  en fonction de  $n$ .

2.3 Calculer  $\sum_{k=0}^4 v_k$ .