

Chapitre 5 : Fonction logarithme décimal

Axel Carpentier

Terminale technologique :

Tronc commun

Table des matières

1. Définition
2. Représentation graphique et sens de variation
3. Propriétés algébriques
4. Exercice bilan

1. Définition
2. Représentation graphique et sens de variation
3. Propriétés algébriques
4. Exercice bilan

Définition:

Soit a un nombre réel strictement positif. Le logarithme décimal de a , noté $\log(a)$, est l'unique nombre b tel que $10^b = a$.

Remarque

- On a $10^0 = 1$ donc $\log(1) = 0$.
- On a $10^1 = 10$ donc $\log(10) = 1$.

Propriété:

Soit a un nombre réel strictement positif.

$$b = \log(a) \iff 10^b = a$$

Définition:

On définit la fonction logarithme décimal $\log : x \mapsto \log(x)$ définie sur $]0; +\infty[$.

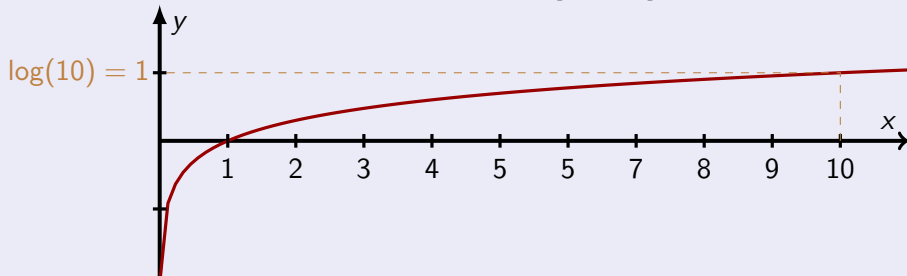
Représentation graphique et sens de variation

1. Définition
2. Représentation graphique et sens de variation
3. Propriétés algébriques
4. Exercice bilan

Représentation graphique et sens de variation

Propriété:

La fonction $\log$ est strictement croissante sur $]0; +\infty[$.



Propriété:

Soit a un nombre réel strictement positif.

- Si $0 < a < 1$, $\log(a) < 0$.
- Si $a > 1$, $\log(a) > 0$

Propriétés algébriques

1. Définition
2. Représentation graphique et sens de variation
3. Propriétés algébriques
4. Exercice bilan

Propriété:

Soit a, b deux réels strictement positifs. On a :

$$\log(a) = \log(b) \iff a = b \quad \text{et} \quad \log(a) < \log(b) \iff a < b$$

Exercice :

Résoudre les (in)équations suivantes :

- $\log(x + 2) = \log(5)$
- $\log(2x + 6) \leq \log(x - 4)$

Propriété:

Soit a, b deux réels strictement positifs et x un réel quelconque :

- $\log(a \times b) = \log(a) + \log(b)$
- $\log\left(\frac{a}{b}\right) = \log(a) - \log(b)$
- $\log\left(\frac{1}{b}\right) = -\log(b)$
- $\log(a^x) = x \log(a)$

Exercice:

Simplifier l'expression :

$$A = \log(10^{12}) - \log(10^4) + \log\left(\frac{1}{10^3}\right)$$

Exercice bilan

1. Définition
2. Représentation graphique et sens de variation
3. Propriétés algébriques
4. Exercice bilan

Le prix d'un équipement pour les handicapés est $P_0 = 1\,000$ euros et baisse chaque année de 5%. Au bout de combien d'années le prix de cet équipement deviendra-t-il inférieur à 800 euros ?