

Chapitre 0 : Calcul numérique et algébrique

Table des matières

Chapitre 0 : Calcul numérique et algébrique	1
Axel CARPENTIER	
Contenu	2
1 Calcul numérique	3
2 Calcul algébrique	4
2.1 Formules de distributivité	4
2.2 Identités remarquables	4
2.3 Techniques de factorisation	5
3 Equations	5
3.1 Equations du 1er degré	5
3.2 Résoudre une équation en se ramenant au 1er degré	5
4 Exercice bilan	6

Contenu

- Calcul de fractions.
- Calcul de puissances.
- Factoriser et développer une expression algébrique.
- Résoudre une équation de degré 1.

1 Calcul numérique

Méthode: Calcul de fractions

- Additionner deux fractions, c'est d'abord les mettre au même dénominateur, puis additionner les numérateurs entre eux.
- Multiplier deux fractions, c'est multiplier les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux.
- Diviser deux fractions, c'est multiplier la première fraction par l'inverse de l'autre.

Exercice :

Calculer les fractions suivantes :

$$\bullet \frac{2}{3} + \frac{5}{4}$$

$$\bullet \frac{2}{3} \times \frac{5}{4}$$

$$\bullet \frac{\frac{2}{3}}{\frac{5}{4}}$$

Méthode: Calcul de puissances

Soit a, b deux réels quelconques et n, m deux entiers relatifs.

$$\bullet a^n \times a^m = a^{n+m}$$

$$\bullet a^n \times b^n = (a \times b)^n$$

$$\bullet \frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$$

$$\bullet (a^m)^n = a^{m \times n}$$

Exemple:

$$\bullet (-2)^4 \times (-2)^3 = (-2)^{4+3} = (-2)^7$$

$$\bullet \frac{6^1}{6^{-3}} = 6^{1-(-3)} = 6^4$$

$$\bullet (10^2)^3 = 10^{2 \times 3} = 10^6$$

Méthode: Calculs de racines carrées

Soit a, b deux réels positifs.

$$\bullet \sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$$

$$\bullet \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

Exemple:

$$\bullet \sqrt{2} \times \sqrt{3} = \sqrt{2 \times 3} = \sqrt{6}$$

$$\bullet \sqrt{\frac{36}{25}} = \frac{\sqrt{36}}{\sqrt{25}} = \frac{6}{5}$$

2 Calcul algébrique

2.1 Formules de distributivité

Méthode:

Soient a, b, c, d et k des réels quelconques, on a la formules suivantes :

- Simple distributivité : $k(a + b) = ka + kb$
- Double distributivité : $(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$

Exercice:

Exprimer les expressions suivantes sous forme développée.

- $5(x - 2)$
- $x(x + 1)$
- $(x - 1)(x - 2)$
- $(x^2 + x)(x + 1)$

2.2 Identités remarquables

Méthode:

Soient a, b deux réels quelconques, on a les formules suivantes:

- $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

Exercice:

En utilisant les identités remarquables, développer ou factoriser les expressions suivantes:

- $(x - 2)^2$
- $x^2 - 36$
- $(x + 3)^2$

2.3 Techniques de factorisation

Méthode:

On peut factoriser de deux manières différentes :

- En repérant un facteur commun.
- En reconnaissant une identité remarquable.

Exemple:

- $(3 - x)(5x + 4) - 2(3 - x)(2x + 1) = (3 - x)((5x + 4) - 2(2x + 1)) = (3 - x)(x + 2)$
- $36x^2 - 100 = (6x)^2 - 10^2 = (6x + 10)(6x - 10)$

3 Equations

3.1 Equations du 1er degré

Méthode:

Pour résoudre une équation, on "rassemble" les termes de même degré ensemble du même côté de l'égalité.
"Les x avec les x , les nombres avec les nombres".

Exercice:

Résoudre l'équation $3x + 5 = 5x - 7$.

3.2 Résoudre une équation en se ramenant au 1er degré

Méthode:

- Un produit de nombres réels est nul si et seulement si l'un des facteurs est nul.
Pour tout réel x , on a :
$$A(x)B(x) = 0 \iff A(x) = 0 \text{ ou } B(x) = 0$$
- Un quotient est nul si et seulement si son numérateur est nul et son dénominateur non nul.
Pour tout réel x , on a :

$$\frac{A(x)}{B(x)} = 0 \iff A(x) = 0 \text{ et } B(x) \neq 0$$

! Remarque

Les valeurs qui annulent le dénominateur sont appelées "valeurs interdites"

Exercice:

Résoudre les équations suivantes en précisant les éventuelles valeurs interdites.

- $(2x - 5)(6x + 1) = 0$

- $\frac{4x - 3}{x + 1} = 0$

4 Exercice bilan

1. Simplifier $\frac{1}{2} + \frac{3}{4} \times \frac{5}{2}$.

2. Simplifier $\frac{5^2 \times 5^{35}}{5^{27}}$.

3. Développer $(x - 6)(x + 3)$.

4. Résoudre $\frac{(2x - 3)(3x - 4)}{x - 1} = 0$.